

ÜSLÜ SAYILAR

* $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+$ ise n tane a çarpımını a^n ifadesidir.

$$* a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a^n = \underbrace{a * a * a * \dots * a}_{n \text{ tane}}$$

$$* a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a * n = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}}$$

$$* a \in \mathbb{R} \Rightarrow a^0 = 1 \parallel a \neq 0 \quad (0^0 \text{ tanımsız})$$

$$* n \in \mathbb{R} \Rightarrow 1^n = 1$$

$$* a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow (-a)^{2n} = a^{2n}$$

$$* a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

$$* a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow (-a^{2n}) = -a^{2n} \neq (-a)^{2n}$$

Üslü Sayılarda İşlemler:

$$* x * a^n \pm y * a^n \mp z * a^n = (x \pm y \mp z) * a^n$$

$$* a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$* \begin{matrix} a \neq 0 \\ n \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow \frac{a^m}{a^n} = a^m * a^{-n} = a^{m-n}$$

$$* \begin{matrix} b \neq 0 \\ m \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$* (a^m)^n = (a^n)^m = a^{m*n}$$

$$* \begin{matrix} a \in \mathbb{R} \\ a \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$* \begin{matrix} a, b \in \mathbb{R} \\ a \neq 0, b \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{-m}$$

Üslü sayılarda eşitlik – eşitsizlik:

$$* a \in \mathbb{R} \Rightarrow a \neq \{-1, 0, 1\} \Rightarrow a^m = a^n \Rightarrow m = n$$

$$* a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a^n = b^n \Rightarrow \begin{cases} n = \text{çift} & a = \pm b \\ n = \text{tek} & a = b \end{cases}$$

$$* a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow n = m = 0 \Rightarrow a^n = b^m$$

$$\text{Örnek: } 3^{2x+y} = 5^{x-y+2} \Rightarrow x = ?, y = ?$$

$$3^0 = 5^0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=0 \\ x-y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = \frac{-4}{3} \end{cases}$$

$$* a^n = 0 \Rightarrow a = 0 \parallel n > 0$$

$$* a^n = 0 \Rightarrow \begin{matrix} n = 0 \Rightarrow 0^0 \rightarrow \text{Tanımsız} \\ n < 0 \Rightarrow 0^{-n} = \frac{1}{0^n} = \infty \rightarrow \text{Tanımsız} \end{matrix}$$

$$* a^n = 1 \Rightarrow \begin{matrix} n = 0 \Rightarrow a \neq 0 \\ a = -1 \Rightarrow n = 2 * k \end{matrix}$$

$$* \begin{cases} a^n = b^x \\ a^m = b^y \end{cases} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{x}{y} \quad (a \text{ ve } b \text{ aralarında asal ise})$$

$$* 0, xyz = xyz * 10^{-3}$$

$$* \underbrace{xyz \dots ab}_{m} * 10^n \Rightarrow \text{Basamak sayısı} = m + n$$

$$* a^x < a^y \Rightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \Rightarrow x > y \\ a > 1 \Rightarrow x < y \end{cases}$$

$$\text{Örnek: } 4^x = 25 \text{ ise } x * y = ?$$

$$5^y = 8$$

$$4^x = 25 \Rightarrow 2^{2x} = 5^2 \Rightarrow \sqrt{2^{2x}} = \sqrt{5^2} \Rightarrow 2^x = 5$$

$$5^y = 8 \Rightarrow 5^y = 2^3$$

$$\left. \begin{matrix} 5^y = 2^3 \\ 5 = 2^x \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{3}{x} \Rightarrow x * y = 6$$

$$\text{Örnek: } (a-2)^{2a-4} = 1 \text{ ise } a \text{ değerlerinin toplamı nedir?}$$

$$(a-2)^{2a-4} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a-2=1 \Rightarrow a=3 \\ 2a-4=0 \parallel a-2 \neq 0 \Rightarrow a \neq 2 \\ a-2=-1 \parallel 2a-4=2k \Rightarrow a=1 \end{cases}$$

İlk değerde taban 1 olursa üstü fark etmez. İkincisinde üst sıfır olursa taban sıfır olamaz. Sonucunda taban negatif olursa üstü de çift katlı bir sayı olmalıdır ki sonucu pozitif yapsın. Alınan değerlerden; $a = 3 + 1 = 4$ olur.

$$\text{Örnek: } (2a-1)^6 = (a+4)^6 \text{ ise } a = ?$$

$$(2a-1)^6 = (a+4)^6 \Rightarrow \sqrt{(2a-1)^6} = \sqrt{(a+4)^6} \Rightarrow$$

$$|2a-1| \Rightarrow |a+4| \Rightarrow 2a-1 = \pm(a+4) \Rightarrow a = -3 \parallel a = \frac{5}{3}$$