

İŞÇİ PROBLEMLERİ

* Ali bir işi tek başına a saatte, Burak aynı işi tek başına b saatte, her ikisi birlikte bu işi t saatte bitirsin.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{t}{a} + \frac{t}{b} = 1$$

$$a > b \Rightarrow t < b < a$$

$$\frac{t}{a} : \text{Ali'nin bitirdiği iş miktarı}$$

$$\frac{t}{b} : \text{Burak'ın bitirdiği iş miktarı}$$

* Çalışma hızıyla işi bitirme süresi ters orantılıdır.

$$V = \frac{a}{t}$$

* Yapılacak iş sabitken, işçi sayısı ile işin bitiş süresi ters orantılıdır.

Örnek: Sinan ile Ferhat'ın birlikte 8 saatte bitirebildikleri bir işi Sinan tek başına 12 saatte bitirirse aynı işi Ferhat tek başına kaç saatte bitirir?

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24} \Rightarrow x = 24 \text{ saatte}$$

Örnek: Zeynep bir işin 2/3'ünü 4 saatte, Fatma ise aynı işin 1/4'ünü 3 saatte bitiriyor. İki birlikte bu işi kaç saatte bitirir?

$$\frac{2*t_1}{3} = 4 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ saat} \quad \frac{1*t_2}{4} = 3 \Rightarrow t_2 = 12 \text{ saat}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow t = 4 \text{ saat}$$

Örnek: Serkan'ın çalışma hızı, Musa'nın çalışma hızının 4 katıdır. Buna göre ikisi beraber 12 günde bitirdiği bir işi, Musa tek başına kaç günde bitirir?

Musa (V_1, t_1); Serkan (V_2, t_2)

$$V_2 = 4*V_1 \Rightarrow t_1 = 4*t_2$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{4*t_2} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{5}{4*t_2} = \frac{1}{12}$$

$$t_2 = 15 \text{ gün} \Rightarrow t_1 = 4*t_2 = 4*15 = 60 \text{ gün}$$

Örnek: Bir işi 3 usta 10 günde, 5 çırak 9 günde bitirir. 1 usta ve 1 çırak aynı işi kaç günde bitirir?

1 usta = 3 * 10 = 30 günde bitirir.

1 çırak = 5 * 9 = 45 günde bitirir.

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{45} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{3}{90} + \frac{2}{90} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{5}{90} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = 18 \text{ günde}$$

Örnek: Emre bir işi tek başına 12 saatte, Ercan ise aynı işi tek başına 16 saatte bitirir. İşe başladıktan 4 saat sonra Ercan işten ayrılıyor. Emre kalan işi tek başına kaç saatte bitirir?

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) * 4 + \frac{x}{12} = 1 \Rightarrow \frac{16+12+4x}{48} = 1 \Rightarrow x = 5 \text{ saatte}$$

Örnek: Fırat bir işi tek başına a saatte, Dicle ise birlikte aynı işi 4 saatte yapıyor. Fırat bu işi yalnız başına Dicle'den daha kısa sürede yaparsa a için ne denebilir?

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{4} \text{ (Fırat işi a saatte, Dicle b saatte yaparsa)}$$

Eğer ikisi eşit sürelerde yapsa $a = b = 4*2 = 8$ saatte olur. $a < b$ olduğundan; $a < 8$ olur.

a veya b'nin 4 saatten daha az olmayacağından $4 < a$ ise;

$$4 < a < 8$$