

KÖKLÜ SAYILAR

* n, 1'den büyük Z^+ olmak üzere, $a^n = x$ denklemi sağlayan a sayısına x'in n. dereceden kökü denir. ($a = \sqrt[n]{x}$)

* $\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$ (Karekök x)

* $\sqrt[3]{k^2}$ (Küpkök k^2)

* $a = \sqrt[n]{x^n} \Rightarrow \begin{cases} a = |x| & \leftarrow n = \text{cift} \\ a = x & \leftarrow n = \text{tek} \end{cases}$

* $\sqrt[n]{x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 & \leftarrow n = \text{cift} \\ x \in \mathbb{R} & \leftarrow n = \text{tek} \end{cases}$

* $a = \sqrt[2n]{x} \Rightarrow x < 0 \parallel 2n = \text{cift} \Rightarrow a \notin \mathbb{R}$ ($\sqrt[4]{-2}, \sqrt[8]{-7}$ vb.)

Örnek: $\sqrt{21-7x}$ ifadesi reel (gerçek) sayı ise $x = ?$

$\sqrt{21-7x} \in \mathbb{R} \Rightarrow 21-7x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3$

* $a = \sqrt[n]{0} = 0$ (n çift veya tek sayı)

* $m, n \in \text{cift} \Rightarrow \sqrt[m]{x} + \sqrt[n]{y} = 0 \Rightarrow x = 0 \parallel y = 0$

* $a = \sqrt[n]{x^m} = \left(\frac{x}{n}\right)^m$ (Üslü ifade şeklinde yazılımı)

* $\begin{matrix} \sqrt{0}=0 & \sqrt{16}=4 & \sqrt{64}=8 & \sqrt{144}=12 \\ \sqrt{1}=1 & \sqrt{25}=5 & \sqrt{81}=9 & \sqrt{169}=13 \\ \sqrt{4}=2 & \sqrt{36}=6 & \sqrt{100}=10 & \sqrt{196}=14 \\ \sqrt{9}=3 & \sqrt{49}=7 & \sqrt{121}=11 & \sqrt{225}=15 \end{matrix}$ Bazı karekökler

* $a = \sqrt[n]{x^n * y} = x * \sqrt[n]{y}$ (n. kökten çıkış)

* $a = x * \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x^n * y}$ (n. köke girişi)

* $a * \sqrt{x} + b * \sqrt{x} - c * \sqrt{x} = (a + b - c) * \sqrt{x}$

* $\sqrt[n]{x} * \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x * y}$

* $(a * \sqrt[n]{x}) * (b * \sqrt[n]{y}) = a * b * \sqrt[n]{x * y}$

* $\sqrt[n]{x} * \sqrt[m]{y} = \sqrt[n * m]{x^m * y^n} = \sqrt[n * m]{x^m * y^n}$

* $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{n}}$

* $k \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n * k]{x^{m * k}}$

Örnek: $x \in Z^+, a = \sqrt{x}, b = \sqrt[6]{x^2}, c = \sqrt[3]{x^{0.5}}$ ise sıralama?

Köklerin dereceleri farklı olduğundan bunların eşitlenmesi gerekir.

$a = \sqrt{x} = \sqrt[2 * 3]{x^3} = \sqrt[6]{x^3} \quad b = \sqrt[6]{x^2}$

$c = \sqrt[3]{x^{0.5}} = \sqrt[2 * 3]{x^{0.5 * 2}} = \sqrt[6]{x^1} = \sqrt[6]{x} \Rightarrow c < b < a$

Örnek: $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{54}$ değerinin a ve b cinsinden?

$\sqrt{54} = \sqrt{2 * 27} = \sqrt{2 * 3^3} = \sqrt{2} * \sqrt{3^3} = a * b^3$

Örnek: $\frac{\sqrt{0,36} + \sqrt{0,04}}{\sqrt{8,1} - \sqrt{0,1}} = ?$

$\frac{\sqrt{0,01} * (\sqrt{36} + \sqrt{4})}{\sqrt{0,1} * (\sqrt{81} - \sqrt{1})} = \frac{\sqrt{0,01} * (6 + 2)}{\sqrt{0,1} * (9 - 1)} = \frac{\sqrt{10^{-2}} * 8}{\sqrt{10^{-1}} * 8} = \frac{\sqrt{10^{-1}}}{\sqrt{10^{-1}}} = \frac{1}{1} = 1$

* $a = \sqrt{a} * \sqrt{a}$ (Sayının eşlenik çarpımı)

* $\sqrt[6]{a} * \sqrt[6]{a} = \sqrt[3]{a}$ (Eşlenik çarpım)

* $a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b}) * (\sqrt{a} + \sqrt{b})$

* $\frac{k}{a - c} = \frac{x}{\sqrt{a - b}} \pm \frac{y}{\sqrt{a + b}}$ (Rasyonel ifadeleri toplama)

* $\frac{x}{\sqrt{a - b}} - \frac{x}{\sqrt{a + b}} = 2$ $\frac{x}{\sqrt{a - b}} + \frac{x}{\sqrt{a + b}} = 2 * \sqrt{a}$

Örnek: $\frac{2}{\sqrt{3-1}} - \frac{2}{\sqrt{3+1}} = ?$

$\frac{2}{\sqrt{3-1}} - \frac{2}{\sqrt{3+1}} = \frac{2\sqrt{3+2}}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} - \frac{2\sqrt{3-2}}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{2 * (\sqrt{3+1})}{2} - \frac{2 * (\sqrt{3-1})}{2}$
 $= \sqrt{3+1} - (\sqrt{3-1}) = 2$

* $x, y \in \mathbb{R}^+, x > y \Rightarrow \begin{cases} x + y = a \\ x * y = b \end{cases}$ ise;

$\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

$\sqrt{a - 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{2a}{2} \pm \frac{2}{2}\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{2a \pm 2\sqrt{b}}}{\sqrt{2}}$

Örnek: $\sqrt{8 + \sqrt{60}} = \sqrt{8 + \sqrt{4 * 15}} = \sqrt{\frac{8}{\sqrt{3+5}} + 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

* $\sqrt[m]{y * \sqrt[n]{x}} = \sqrt[m * n]{x * y^n}$

* $\sqrt[m]{y * \sqrt[n]{x}} = y^{\left(\frac{1}{m}\right)} * x^{\left(\frac{1 * 1}{n * m}\right)}$

* $\sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y} \neq \sqrt[n]{x + y}$

* $\sqrt{x * \sqrt{x * \sqrt{x * \dots}}} = y \Rightarrow \sqrt{x * \sqrt{x * \sqrt{x * \dots}}} = y = \sqrt{x * y}$

* $x = a * (a + 1) \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = a + 1 \\ \sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x - \dots}}} = a \\ \sqrt[n]{x * \sqrt[n]{x * \sqrt[n]{x * \dots}}} = \sqrt[n-1]{x} \\ \sqrt[n]{x} : \sqrt[n]{x} : \sqrt[n]{x} : \dots = \sqrt[n+1]{x} \end{cases}$

Örnek: $\sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x - \dots}}} = 8 \Rightarrow x = ?$

$x = a * (a + 1) = 8 * 9 = 72$ (Çıkarmada küçük değer alınır.)

Örnek: $x = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}}} = ?$

$x = a * (a + 1) = 20 = 4 * 5$ (+ olduğundan en büyüğü olan 5)

Örnek: $x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{27 - \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} = ?$

$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{27 - \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} = \sqrt[3]{3 + \sqrt{27 - \sqrt{1 + 3}}} = \sqrt[3]{3 + \sqrt{27 - 2}} = \sqrt[3]{3 + \sqrt{25}} = \sqrt[3]{3 + 5} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$