

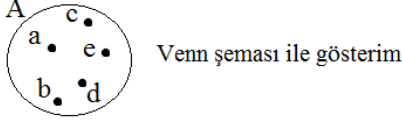
KÜMELER

* Kümelerde eleman sayısı : $s(A)$, $s(B)$, vb.

* $A = \{a, b, \{c, d\}, e, f\}$ ise;

- ✓ $s(A) = 5$
- ✓ $a \in A; b \in A; e \in A; f \in A; \{c, d\} \in A$ (Aitlik)
- ✓ $c \notin A, d \notin A$

* $A = \{a, b, c, d, e\}$ Liste gösterimi



* $M = \{0, 2, 4, \dots\}$
 $M = \{\text{Cift } Z^+\}$ Ortak özellik yöntemi ile gösterimi

* Boş küme : $\{\}$ veya \emptyset ($s(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset$)

$A = \{ \}, B = \{d\} \Rightarrow A = \emptyset, B \neq \emptyset$

* Denk küme : \equiv ($s(A) = s(B) \Rightarrow A \equiv B$)

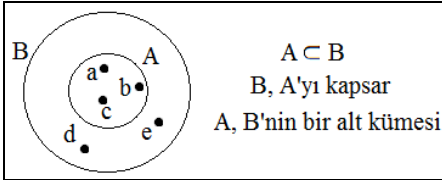
$A = \{a, b, c\}, B = \{d, e, f\} \Rightarrow A \equiv B$

* Eşit küme : \equiv (Elemanları aynı olmalı)

$A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c\} \Rightarrow A = B$

* Alt küme : \subset veya \supset

$A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d, e\} \Rightarrow A \subset B$



* Alt küme özellikleri:

- ✚ $A \subset A$
- ✚ $\emptyset \subset A$
- ✚ $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$
- ✚ $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise $A \subset C$

* $s(A) = n$ olmak üzere;

- ✚ A kümesinin alt küme sayısı: 2^n
- ✚ A kümesinin öz alt küme sayısı: $2^n - 1$

Örnek: $A = \{a, b, \{c\}, \{d, e\}\}$

$c \notin A, \{c\} \in A, \{d, e\} \notin A, \{\{d, e\}\} \subset A, \{a\} \subset A, \{d, e\} \in A$

Örnek: $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunurken e bulunmaz?

* Alt kümede e bulunması istenmiyor, bundan çıkartılır.

$$A = \{a, b, c, d, e\} \Rightarrow s(A) = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$$

Kalan 4 elemanlıda a bulunması gerektiğinden kalan 3 elemanlıda a'nın bulunmadığı durumlar:

$$A = \{a, b, c, d\} \Rightarrow s(A) = 4 \Rightarrow 2^4 = 16 \Rightarrow 32 - 16 = 16$$

* Veya kombinasyon ile bulunursa;

$$C(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = 10$$

İki elemanlıda 2 şekilde e bulunmaz. $10 - 2 = 8//$

Örnek: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 1 ve 5 bulunmaz?

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow s(A) = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$$

Örnek: $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunurken d bulunmaz?

$$A = \{a, b, c, e, f\}$$

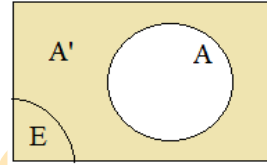
$$s(A) = 5$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

Evrensel Küme – Tümlen:

* **Evrensel küme:** E ile gösterilir. Bütün kümeleri kapsar.

* **Tümlen:** A' veya \bar{A} ile gösterilir. A kümesinde olmayan, evrensel kümede olan kümedir.



$$s(A) + s(A') = s(E)$$

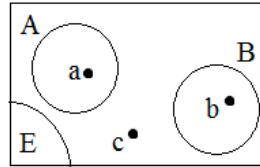
$$\downarrow (A')' = A$$

$$\downarrow E' = \emptyset = \{ \}$$

$$\downarrow \emptyset' = E$$

$$\downarrow A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$$

Örnek:



$$E = \{a, b, c\}$$

$$A' = \{b, c\}$$

$$B' = \{a, c\}$$

Örnek: $s(A') + s(B) = 16 \Rightarrow s(E) = ?$

$$s(A) + s(B') = 10$$

$$s(A) + s(A') + s(B) + s(B') = 16 + 10$$

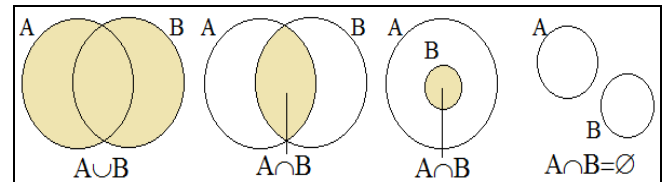
$$s(E) + s(E) = 26 \Rightarrow 2 \cdot s(E) = 26 \Rightarrow s(E) = 13$$

Kümelerde İşlemler – Fark:

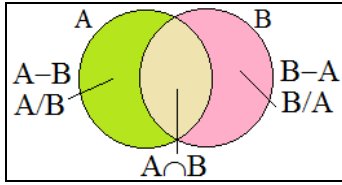
* Kümelerde Birleşim: $A \cup B$, vb.

* Kümelerde Kesişim: $A \cap B$, vb.

* Kümelerde Ayrık: $A \cap B = \emptyset$ vb.



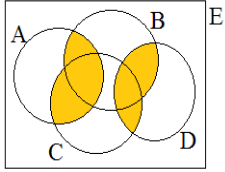
*** Kümelerde Fark Kavramı:**



$$\begin{aligned} (A \cup B)' &= A' \cap B' \\ (A \cap B)' &= A' \cup B' \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ s(A \cup B) &= s(A) + s(B - A) \\ s(A \cup B) &= s(B) + s(A - B) \\ s(A \cup B) &= s(A - B) + s(A \cap B) + s(B - A) \\ s(A \cup B) &= s(A) + s(B) - s(A \cap B) \end{aligned}$$

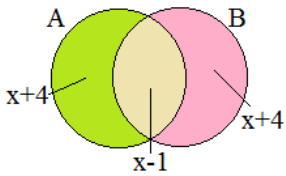
Kümelerde “**ve**” bağlaç “Kesişim”, “**veya**” bağlaç “Birleşim” i anlamlandırır.

Örnek: Şekildeki taralı bölge nasıl ifade edilir?



$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D) &= \\ A \cap (B \cup C) \cup D \cap (B \cup C) &= (A \cap D) \cap (B \cup C) \end{aligned}$$

Örnek: $s(A - B) = s(B - A) = x + 4$
 $s(A \cap B) = x - 1 \Rightarrow s(A) = ?$
 $s(A \cup B) = 19$

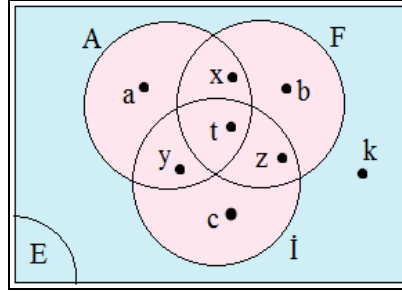


$$\begin{aligned} s(A \cup B) &= 19 \\ x + 4 + x - 1 + x + 4 &= 19 \\ 3x + 7 &= 19 \\ x &= 4 \\ s(A) &= x + 4 + x - 1 = 2x + 3 \\ s(A) &= 2 \cdot 4 + 3 = 11 \end{aligned}$$

Örnek: Bir sınıftaki öğrencilerin % 65'i İngilizce, % 45'i ise Almanca biliyor. Sınıftaki öğrencilerden her biri bu dillerden en az birini bildiğine ve her iki dili bilen 4 öğrenci olduğuna göre sınıf mevcudu nedir?

$$\begin{aligned} s(I \cup A) &= s(I) + s(A) - s(I \cap A) \\ 100 \cdot x &= 65 \cdot x + 45 \cdot x - s(I \cap A) \\ s(I \cap A) &= 10 \cdot x = 4 \Rightarrow x = \frac{2}{5} \\ s(I \cup A) &= 100 \cdot x = 100 \cdot \frac{2}{5} = 40 \quad (\text{Mevcut kişi}) \end{aligned}$$

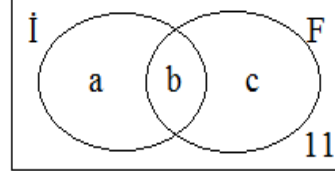
Üçlü Seklin Yorumlanması:



A: Almanca bilenler
F: Fransızca bilenler
İ: İngilizce bilenler

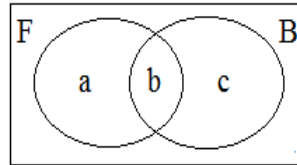
- Sadece 1 dil bilenlerin sayısı = $a + b + c$
- En az 1 dil bilenlerin sayısı = $a + b + c + x + y + z + t$
- En çok 1 dil bilenlerin sayısı = $a + b + c + k$
- Sadece 2 dil bilenlerin sayısı = $x + y + z$
- En az 2 dil bilenlerin sayısı = $x + y + z + t$
- En çok 2 dil bilenlerin sayısı = $x + y + z + a + b + c + k$
- 3 dil bilenlerin sayısı = t
- En az 3 dil bilenlerin sayısı = t
- En çok 3 dil bilenlerin sayısı = $a + b + c + x + y + z + t + k$
- Hiç dil bilmeyenlerin sayısı = k
- Almanca dilini bilenlerin sayısı = $a + x + y + t$
- Sadece Almanca dilini bilenlerin sayısı = a
- Fransızca dilini bilenlerin sayısı = $b + x + z + t$
- Sadece Fransızca dilini bilenlerin sayısı = b
- İngilizce dilini bilenlerin sayısı = $c + y + z + t$
- Sadece İngilizce dilini bilenlerin sayısı = c

Örnek: 38 kişilik bir sınıfta Fransızca bilen 14 ve bu iki dili de bilmeyen 11 kişi olduğuna göre sadece İngilizce bilen kaç kişi vardır?



$$\begin{aligned} a + b + c + 11 &= 38 \\ a + b + c &= 27 \\ b + c &= 14 \\ a &= 27 - 14 = 13 \end{aligned}$$

Örnek: Futbol ve basketbol oynayanların oluşturduğu bir sınıfta futbol oynamayanların sayısının 2 katı, basketbol oynamayanların sayısının 3 katı ve her iki sporla da ilgilenenlerin sayısının 4 katı birbirine eşittir. Sınıf mevcudu 30'dan fazla ise bu sınıfta en az kaç kişi futbol oynar?



$$\begin{aligned} c &= 6x, a = 4x, b = 3x \\ a + b + c &> 30 \\ 4x + 3x + 6x &> 30 \\ 13x &> 30 \\ x &> 2,3.. \\ x &= 3 \text{ ise } F = a + b = 7x = 21 \end{aligned}$$

KPSSCini.com