OLASILIK

Deney	Bir madeni para havaya atıldığında yazı mı, yoksa tura mı geleceğini, bir zar atıldığında üst yüzeye gelen sayının kaç olacağı vb. gibi tespit etme işlemleridir.	
Sonuç	Deneyde yapılan işlemin her bir çıktısıdır. Örneğin, paranın yazı gelmesi gibi.	
Örnek Uzay	Bir deneyin muhtemel bütün sonuçlarını eleman kabul eder. Evrensel kümedir.	
OLAY	Herhangi bir örnek uzayın her bir alt kümesidir.	
OLAY	**İmkânsız Olay**	$E = \varnothing$ (boş küme) ise
OLAY	**Kesin Olay**	$E \neq \varnothing$ (boş olmayan küme) ise
OLAY	**Ayrık Olay**	$A \cap B = \varnothing$ ise ($A, B \subset E$)

* **p(A)** : Bir A olayının olma olasılığı
p(B) : Bir B olayının olma olasılığı
p(A') : Bir A olayının olma olasılığı
s (A) : A olayının kümesindeki eleman sayısı
s (E) : E örnek uzayının eleman sayısı ise;

- $\boxed{p(A) = \frac{s(A)}{s(E)}}$
- $\boxed{0 \le p(A) \le 1}$ p(A)=0 (İmkânsız olay)
- $\boxed{p(A) + p(A') = 1}$ p(A)=1 (Kesin olay)
- $\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$
- $\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B)}$ (A ile B ayrık olaylar ise)
- $\boxed{p(A \cap B) = p(A) * p(B)}$ (A ile B bağımsız olaylar)

* Bir madeni paranın art arda n defa havaya atılması durumundaki örnek uzayın eleman sayısı: $\boxed{s(E) = 2^n}$

* Bir tavla zarının n adet atılma durumu: $\boxed{s(E) = 6^n}$

Örnek: *İki adet tavla zarı aynı anda atılıyor. Buna göre;*

- *Zarların üst yüzeylerinde gelen sayıların toplamının 5'ten büyük olma olasılığı nedir?*

1. Zar	*1*	*1*	*1*	*1*	*2*	*2*	*2*	*3*	*3*	*4*
2. Zar	*1*	*2*	*3*	*4*	*1*	*2*	*3*	*1*	*2*	*1*

Tabloda 10 tane istenmeyen durum vardır. (≤ 5)

İki adet zar atılırsa $\Rightarrow s(E) = 6^n = 6^2 = 36$

$$p(A) + p(A') = 1 \Rightarrow p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{10}{36} = \frac{13}{18}$$

- *Zarların üst yüzeylerinde aynı sayıların gelme olasılığı?*

İki adet zar atılırsa $\Rightarrow s(E) = 6^n = 6^2 = 36$

1. Zar	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
2. Zar	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*

Tabloda aynı sayıların gelme durumu 6 şekildedir.

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Örnek: *Bir madeni para art arda 4 defa havaya atılıyor. Atışlardan ilk ikisi yazı, son ikisi tura gelme olasılığı nedir?*

1.Atış	*2.Atış*	*3.Atış*	*4.Atış*
Yazı	*Yazı*	*Tura*	*Tura*

Her atışta iki ihtimal vardır. Biri gelmesi istendiğinden;

$$p_1(A) * p_2(A) * p_3(A) * p_4(A) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Örnek: *Bir sınıfın yoklama listesinden rastgele okunan bir ismin bir erkek öğrenciye ait olma olasılığı 4/7, bu sınıfta 21 kız öğrenci varsa toplam kaç öğrenci mevcuttur?*

Erkek öğrenci = x kişi, kız öğrenci = 21 kişi

Sınıf mevcudu = x + 21 kişi

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{x}{x+21} = \frac{4}{7} \Rightarrow 7x = 4x + 84 \Rightarrow x = 28 \text{ kişi}$$

Sınıf mevcudu = x + 21= 28 + 21 = 49 kişi

Örnek: *Anne, baba ve 5 çocuk bir yuvarlak masa etrafında yemek yiyorlar. Anne ve babanın yemeği yan yana yeme olasılığı nedir?*

Yuvarlak masa etrafında 7 kişi = (7-1)! = 6! Şekilde oturur.

*Anne – baba yan yana oturması durumunda; A ile B: 1 kişi = 1! kendi aralarında 2! şekilde; çocuklar ise kendi aralarında P(5,5)=5! şekilde otururlarsa oturma durumu = 5!*2!*1!*

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{5!*2!*1!}{6!} = \frac{1}{3} \quad \text{(İstenen durum)}$$

Örnek: *1'den 90'a kadar olan sayılar ayrı ayrı doksan topun üzerine yazılarak bir torbaya atılıyor. Üzerinde 6'ya kalansız bölünebilecek bir sayı olan topu çekmeyi garantilemek için en az kaç top çekilmelidir?*

$$A = \{1 \le 6 * x \le 90\}$$

$$T.S. = \frac{S.T. - I.T.}{A.O.} + 1 = \frac{90-6}{6} + 1 = 15 \quad \text{tane 6'ya bölünen sayı}$$

*15 tane 6'ya kalansız bölünen sayı varsa, 90 – 15 = 75 tane de 6'ya bölünmeyen sayı vardır. İstenen en az çekildiğinde 6'ya bölünen sayıyı bulmak için 6'ya bölünmeyen tüm sayı çekilmeli ve geriye kalanlardan çekilecek 1 tane şartı sağlar. Buna göre 75 + 1 = 76. top çekildiğinde 6*k top gelir.*

Örnek: *1. Torba: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (8 top)*
2. Torba: 0, 1, 2, 3 (4 top)

İki torbada mevcut toplarda yazılı olan numaralar mevcuttur. Bu torbalardan rastgele birer top çekilir. Çekilen iki topun üzerinde yazılı olan rakamların toplamının 7 olma olasılığı nedir?

$$s(E) = s(E_1) * s(E_2) = \binom{8}{1} * \binom{4}{1} = 32 \quad \text{Tüm durum}$$

$$s(A) = s(\{(7,0),(6,1),(5,2),(4,3)\}) = 4 \quad (x1+x2=7)$$

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \quad \text{(Toplamının 7 olma olasılığı)}$$

Örnek: *Bir torbada 2 kırmızı, 2 beyaz, 1 sarı top var. Torbadan çekilen top geri bırakılmadan art arda 2 tane çekilirse ikinci çekilen topun sarı olma olasılığı nedir?*

$s(E) = 2 + 2 + 1 = 5$ *Tüm durum*

Çekilme durum: ***1(K) 2(S) + 1(B) 2(S)*** *(2.nin sarı olması)*

$$p(A) = \frac{s(A_K)}{s(E)} * \frac{s(A_S)}{s(E)-1} + \frac{s(A_B)}{s(E)} * \frac{s(A_S)}{s(E)-1}$$

$$p(A) = \frac{2}{5} * \frac{1}{5-1} + \frac{2}{5} * \frac{1}{5-1} = \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = \frac{1}{5}$$

Örnek: *12 kız, 15 erkek öğrenciden oluşan bir sınıfta kızların yarısı gözlüklüdür, erkeklerin 9'su gözlüksüzdür. Sınıftan seçilen bir öğrencinin kız veya gözlüksüz olma olasılığı nedir?*

	Gözlüklü (Gx)	***Gözlüksüz (Gy)***	***TOPLAM (T)***
Kız Öğrenci (Y)	*6*	*6*	*12*
Erkek Öğrenci (X)	*9*	*6*	*15*

Sınıf mevcudu = s(E) = 27 kişi
Seçilen öğrencinin kız veya gözlüksüz olma olasılığı:

$$\boxed{p(Y \cup Gy) = p(Y) + p(Gy) - p(Y \cap Gy)}$$

$$p(Y \cup Gy) = \frac{s(Y)}{s(E)} + \frac{s(Gy)}{s(E)} - \frac{s(Y \cap Gy)}{s(E)}$$

$$p(Y \cup Gy) = \frac{12}{27} + \frac{15}{27} - \frac{6}{27} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9} //$$

Örnek: *Bir torbada 3 sarı, 2 kırmızı ve 4 mavi bilye var. Torbaya bakılmadan aynı anda üç bilye çekiliyor. Çekilen bilyelerin farklı olma olasılığı nedir?*

$$s(E) = \binom{9}{3} = \frac{9 * 8 * 7}{3!} = 84 \text{ tür (tüm durum için)}$$

Üç çekilen bilyenin her birinin farklı olması istendiğinden;

$$s(A) = \binom{3}{1} * \binom{2}{1} * \binom{4}{1} = 3 * 2 * 4 = 24 \text{ tür}$$

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

Örnek: *Bir kutuda 20 yumurtadan 8'i kırık. Kutudan seçilen 2 yumurtanın 2'sinin de kırık olma olasılığı?*

$$p(A) = \frac{s(A_1)}{s(E)} * \frac{s(A_2)}{s(E)-1} = \frac{8}{20} * \frac{8-1}{20-1} = \frac{56}{380} = \frac{14}{95}$$

Örnek: *8 evli çift arasından rastgele seçilen iki kişinin birbiriyle evli olma olasılığı nedir?*
8 evli çift = 16 kişi
1 evli çift = 2 kişi (Bu iki kişiyi (çifti) tek kişi sayarsak)
16 kişi – 1 çift = 15 kişi ihtimali arasından olasılık:

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{2-1}{16-1} = \frac{1}{15} //$$

Örnek: *Bir yarışı Ayşe'nin kazanma olasılığı 3/4, Onur'un kazanma olasılığı 2/3'tür. Bu iki kişi aynı yarışta yer aldığında bunlardan sadece birinin bu yarışı kazanma olasılığı nedir?*
Ayşe kazanırsa Onur kazanamaz + Onur kazanırsa Ayşe kazanamaz şeklindedir:

$$p(A) * p(O') + p(A') * p(O) = \frac{3}{4} * \frac{3-2}{3} + \frac{4-3}{4} * \frac{2}{3} = \frac{5}{12}$$

Örnek: *Bir torbadaki kırmızı bilye sayısı, beyaz bilye sayısının 2 katıdır. Bu torbadan geri konulmadan art arda 2 bilye çekilirse ikisinin de beyaz olma olasılığı 5/51 ise torbada kaç kırmızı bilye vardır?*
*s(K) = 2 * s(B) ⇒ s(B) = x, s(K) = 2x olsun.*

$$\frac{x}{3x} * \frac{x-1}{3x-1} = \frac{5}{51} \Rightarrow 17 * (x-1) = 5 * (3x-1) \Rightarrow x = 6 \text{ bilye}$$

*s(K) = 2*x = 2*6 = 12 bilye (kırmızı bilye)*

Örnek: *İki torbadan birinde 6 mavi, 4 beyaz; ikincisinde 3 mavi, 5 beyaz boncuk var. Birinci torbadan rastgele bir boncuk çekilmiş ve renge bakılmadan ikinci torbaya atılmış. İkinci torbadan çekilen bir boncuğun mavi olma olasılığı?*

İlk durum: 1. Torba (6 M, 4 B), 2. Torba (3 M, 5 B)
2. durum: Mavi atıldı ise: 1. T (5 M, 4 B), 2. T (4 M, 5 B)
Beyaz atıldı ise: 1. T (6 M, 3 B), 2. T (3 M, 6 B)
*Olasılıklar: 1 (M) * 2 (M) +1 (B) * 2 (M)*

$$p(A) = \frac{6}{10} * \frac{4}{9} + \frac{4}{10} * \frac{3}{9} = \frac{24}{90} + \frac{12}{90} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$$