

TEMEL KAVRAMLAR, SAYI SİSTEMLERİ

Çarpma – Bölme İşlemleri:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline (+)*(-) = (-) & (-)*(-) = (+) & (+)*(+) = (+) \\ \hline \frac{(+)}{(-)} = (-) & \frac{(-)}{(-)} = (+) & \frac{(+)}{(+)} = (+) \\ \hline \end{array}$$

İşlem Sırası:

1. Önce parantez içi ve bütünü işlemler yapılır.
2. Üs (kuvvet) varsa üs alınır.
3. Çarpma / bölme işlemi yapılır.
4. Toplama / çıkarma işlemi yapılır.

Örnek:

$$(2 + (3)*4) + 2^3 / 4 = (2 + 12) + 8 / 4 = 14 + 2 = 16$$

Sayı Kümeleri:

- * Rakam = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - * Sayı = $(-\infty, +\infty)$
 - * Doğal Sayı = $N = \{0, 1, 2, \dots, +\infty\}$
 - * Sayma Sayı = $N^+ = \{1, 2, \dots, +\infty\}$
 - * Tamsayılar = $Z = \{-\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, +\infty\}$
 - * Tamsayılar = $Z = Z + \{0\} + Z^+$
 - * Reel Sayılar = $R = (-\infty, +\infty) = Q \cup Q'$
 - * Rasyonel Sayılar = $Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in Z \text{ ve } b \neq 0 \right\}$
 - * İfadenin üç durumu: $x = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a=0, b \neq 0, & x=0 \\ a \neq 0, b=0, & x=\text{belirsiz} \\ a \neq 0, b \neq 0, & x=\text{tanımsız} \end{cases}$
 - * İrrasyonel Sayılar = $Q' = \sqrt{2}, \sqrt[3]{7}, \pi, \dots$ net olmayan
 - * Çift sayılar = $\mathcal{C} = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$
 - * Tek sayılar = $T = \{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
- | | | | |
|---|---|-------------------------------|----------------------|
| $T \pm T = \mathcal{C}$ | $T * T = T$ | $n \in Z^+$ için, | $\mathcal{C} \neq 0$ |
| $T \pm \mathcal{C} = T$ | $T * \mathcal{C} = \mathcal{C}$ | $T^n = T$ | $\mathcal{C}^0 = 1$ |
| $\mathcal{C} \pm \mathcal{C} = \mathcal{C}$ | $\mathcal{C} * \mathcal{C} = \mathcal{C}$ | $\mathcal{C}^n = \mathcal{C}$ | $T^0 = 1$ |
- * $x \neq 0 \Rightarrow x^0 = 1$
 - * $x = 0 \Rightarrow 0^0 = \text{Tanımsız}$

Pozitif – Negatif Sayılarda İşlemler:

$$a < b < 0 < c < d$$

- İki pozitif sayının toplamı pozitif, iki negatif sayının toplamı ise negatiftir.
 $c + d > 0, a + b < 0, |a| > c \Rightarrow a + c < 0, \text{ vb.}$
- Aynı işaretli iki sayının çarpımı / bölümü pozitif, zıt işaretli olan ise negatiftir.
 $c * d > 0, a * b > 0, b * d < 0, \frac{a}{c} < 0, \frac{b}{a} > 0, \text{ vb.}$
- Pozitif sayının bütün kuvvetler (tek, çift fark etmez) pozitif, negatif sayının tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitifdir.
 $c^{\text{Çift}} > 0, d^{\text{Tek}} > 0, a^{\text{Çift}} > 0, b^{\text{Tek}} < 0, \mathcal{C}^0 = T^0 = 1$

Örnek: $a^2 * b < 0, b * c^3 > 0, \frac{a}{c} > 0$ ise a, b, c işaretleri?

$$a^2 * b < 0 \Rightarrow b < 0; b * c^3 > 0 \Rightarrow - * - > 0 \Rightarrow c < 0$$

$$\frac{a}{c} > 0 \Rightarrow \frac{-}{-} > 0 \Rightarrow a < 0 \text{ ise } a (-), b (-), c (-) \text{ olur.}$$

Asal Sayılar:

- * 1 ve kendisinden başka pozitif tam bölünen olmayan ve 1'den büyük tam sayılardır. En küçük ve tek çift asal sayı 2'dir.
- * **Asal sayılar:** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, vb.

Aralarında Asal Sayılar:

- * 1'den başka pozitif tam bölünen olmayan en az iki tam sayı. a ile b, x ile y aralarında asal sayılar ise;

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y} \Rightarrow \boxed{a = x} \text{ ve } \boxed{b = y}$$

Örnek: 5 ile 7; 10 ile 21; vb. aralarında ikili asal sayı. (Aralarında 1'den başka bölünen yoktur.)

Örnek: 12, 15, 20 aralarında asal sayı. (12 ile 15 arasında 3'e bölünen varsa da 20'de 3'e bölünmüyor.)

Örnek: $(2x-1)$ ile $(3y+2)$ aralarında asal;

$$\frac{3y+2}{2x-1} = \frac{35}{63} \Rightarrow \frac{3y+2}{2x-1} = \frac{5}{9} \Rightarrow \begin{cases} 3y+2=5 \\ 2x-1=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=5 \end{cases}$$

Ardışık Sayılar:

- * Ardışık sayma sayıları: 1, 2, 3, 4, ..., n, ...
- * Ardışık çift sayma sayıları: 2, 4, 6, 8, ..., 2n, ...
- * Ardışık tek sayma sayıları: 1, 3, 5, 7, 9, ..., 2n-1, ...
- * Ardışık tam sayılar: n, n+1, n+2, n+3, ...
- * Ardışık çift tam sayılar: 2n, 2n+2, 2n+4, ...
- * Ardışık tek tam sayılar: 2n-1, 2n+1, 2n+3, ...
- * Ardışık sayılar arası fark ± 1 , çift ve teklerde fark ± 2 .

$$* 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n * (n + 1)}{2}$$

$$* 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n * (n + 1)$$

$$* 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

T.S. : Terim Sayısı, **S.T. :** Son Terim, **İ.T. :** İlk terim, **A. :** Artış Miktarı, **T.T. :** Terimler Toplamı.

$$* T.T. = T.S. * \frac{S.T. + İ.T. + A.}{2}$$

$$\bullet T.S. = \frac{S.T. - İ.T.}{A.} + 1 \Rightarrow a \leq x \leq b$$

$$\bullet T.S. = \frac{S.T. - İ.T.}{A.} \Rightarrow a < x \leq b$$

$$\bullet T.S. = \frac{S.T. - İ.T.}{A.} - 1 \Rightarrow a < x < b$$

Ardışık sayılarda ortadaki sayı bulma yöntemleri:

$$* \text{OrtaSayı} = \frac{\text{Sayı Toplamı}}{\text{Sayı Adet}}$$

Örnek: Ardışık 4 doğal sayı toplamı 62:

$$\text{OrtaSayı} = \frac{62}{4} = 15,5 \Rightarrow \pm 0,5 \text{ eklenir ve tam sayı yapılır.}$$

± 1	$\pm 0,5$	15,5	$\pm 0,5$	± 1
14	15	X	16	17

Örnek: Ardışık 4 tek sayı toplamı 80;

$$\text{OrtaSayı} = \frac{80}{4} = 20 \notin T \Rightarrow \pm 1 \text{ eklenir ve tek sayı yapılır.}$$

± 2	± 1	20	± 1	± 2
17	19	X	21	23

İşlemlerde tek sayı çıkmazsa $\pm 0,5, 1, \text{ vb.}$ rakamlar sağa sola eklenir. Diğerlerinde ana kural geçerlidir.

Faktöriyel:

$$* 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * \dots * n = n! \text{ (Faktöriyel)}$$

$$* n! = n * (n - 1)! = n * (n - 1) * (n - 2)!$$

$$* 0! = 1! = 1$$

* $n!$ basamaklı sayının sondan x basamağı sıfır ise;

$$\left. \begin{array}{l} n = 5 * a + b \quad a \geq 5 \\ a = 5 * c + d \quad c \geq 5 \\ c = 5 * e + f \quad e < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x = a + c + e$$

* $n \geq 0$, a asal sayı; x , y pozitif tam sayı olmak üzere;

$$n! = a^x * y \text{ ifadede } x \text{'in en büyük değeri için } n/a \text{ işlemleri}$$

sürekli yapılır ve elde edilen bölümler toplanır.

$$\left. \begin{array}{l} n = a * b + c \quad b \geq a \\ b = a * d + e \quad d \geq a \\ d = a * f + g \quad f < a \end{array} \right\} \Rightarrow x_B = b + d + f$$

Örnek: m, n pozitif tam sayı, $15! = 6^m * n \Rightarrow m_B = ?$

$$15! = (2 * 3)^m * n \Rightarrow 15 = 3 * 5 + 0 \Rightarrow 5 = 3 * 1 + 2 \Rightarrow$$

$$m_B = 5 + 1 = 6$$

Taban:

* $a, b, c, d, e < x$ olmak üzere (x taban); 10'luk tabana geçiş:

$$(abc, de)_x = e * x^{-2} + d * x^{-1} + c * x^0 + b * x^1 + a * x^2 = (A)_{10}$$

* 10'luk tabandaki bir sayıyı x tabana geçirmek için:

$$(B)_{10} = (A)_x \Rightarrow B / x \text{ yapılır ve son kalandan itibaren}$$

soldan sağa doğru yazılırlar: $(A)_x = (k_s \dots k_2 k_1)_x$

Örnek: $25 = (A)_4 \Rightarrow A = ?$

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \quad 4 \\ \hline \underline{20} \quad | \quad 6 \\ \textcircled{1} \quad | \quad 4 \\ \hline \underline{1} \quad | \quad 1 \\ \textcircled{2} \quad | \quad k_2 \end{array} \quad 25 = (k_2 k_1)_4 = (21)_4$$

Örnek: $(312)_5 = A \Rightarrow A = ?$

$$(312)_5 = A = 2 * 5^0 + 1 * 5^1 + 3 * 5^2 = 82$$

* Farklı tabanlarda dönüşümlerde 10'luk tabana çevirerek yapılır. $(A)_x = (B)_y \Rightarrow (A)_x = (C)_{10} = (B)_y$

* a^n sayısı a tabanında yazılırsa $(n+1)$ basamaklı olur.

Örnek: $3^6 = (A)_3 \Rightarrow A = ?$

$$3^6 = (A)_3 = (1000000)_3 \text{ (Yani değer kadar 0, 7.si 1)}$$

* $abcd = 1000 * a + 100 * b + 10 * c + d$ (Dört basamaklı)

d: Birler, **c:** Onlar, **b:** Yüzler, **a:** Binler basamağı.

Örnek: $325 = 3 * 100 + 2 * 10 + 5$

Örnek: $10200 = 1 * 10000 + 2 * 100 + 0$