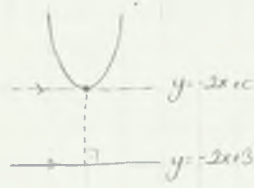


Örnek: $y = x^2 - x + 2$ parabolünün $y = -2x + 3$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi kaçtır?



$$\begin{aligned} -x^2 - x + 2 &= -2x + c \\ -x^2 + x + 2 - c &= 0 \\ \Delta &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 + 4 - (2 - c) &= 0 \\ -\frac{1}{4} &= 2 - c \\ c &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

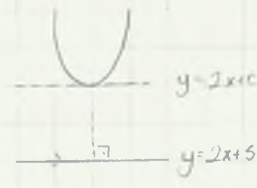
$$x^2 + x + 2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$-x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \quad x = \frac{1}{2}$$

Örnek: $y = x^2 - 6x + 7$ parabolünün $y = 2x + 5$ e olan en yakın noktasının koordinatları?



$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 7 &= 2x + c \\ x^2 - 6x + 7 - c &= 0 \\ \Delta &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 - 4(7 - c) &= 0 \\ c &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= 0 \rightarrow (x - 3)^2 = 0 \\ x &= 3 \quad y = 4 \end{aligned}$$

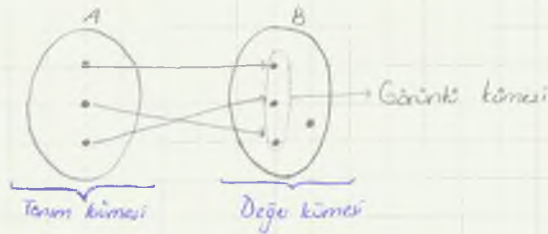
FONKSİYONLAR

A ve B bostan farklı iki küme olsun. a'nın bir elemanı b'nin yalnız bir elemanı ile birleşiyorsa bu bağıntıya fonksiyon denir.

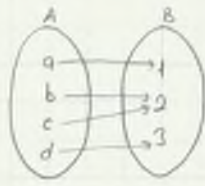
$f: A \rightarrow B$ bağıntısının fonksiyon olabilmesi için,

1) A'da acıkta eleman kalmamalıdır.

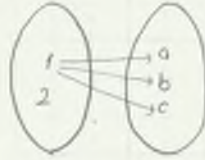
2) A kümesinin elemanı B kümesinin yalnızca bir elemanı ile eşleşmelidir.



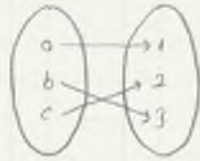
Örnek: ✓ A)



✗ B)



✓ C)



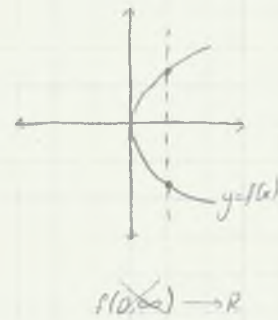
✗ D) $f: A \rightarrow B$

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$f = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (c, 3)\}$$

NOT: Bir grafiğin fonksiyon olup olmadığını anlamak için y eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular tanım kümesi boyunca grafiği doaima tek bir noktada kesiyorsa grafik fonksiyondur.



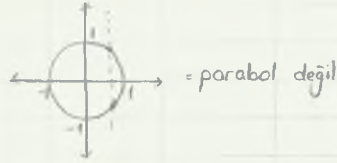
Örnek: R tanımlı

$$X: \beta_1 = \{(x,y) | x^2 + y^2 = 1\}$$

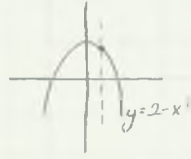
$$\vee \beta_2 = \{(x,y) | x^2 + y = 2\}$$

$$X \beta_3 = \{(x,y) | x - y^2 = 3\}$$

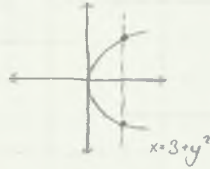
$\beta_1 =$



$\beta_2 =$



$\beta_3 =$



Örnek:



$$f: A \rightarrow B$$

$$A = [-3, 5]$$

$$f(A) = [-2, 4]$$

Örnek: $f(x-3) = 4x+1$

$$f(2) + f(-1)$$

$$21 + 9 = 30$$

Örnek: $f\left(\frac{x+2}{x+3}\right) = \frac{2x+6}{x+2} + \frac{3x+6}{x+3}$ $f(2) = ?$

$$f\left(\frac{x+2}{x+3}\right) = \frac{2(x+3)}{x+2} + \frac{3(x+2)}{x+3}$$

$$f(a) = \frac{2}{a} + 3a$$

$$f(2) = \frac{2}{2} + 3 \cdot 2 = 7$$

Örnek: $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = 3x-1$$

$$f(A) = \{-6, 5, 11\}$$

A kümesinin elemanları toplamı?

$$3x-1 = -6 \quad x = -1$$

$$3x-1 = 5 \quad x = 2 \quad 5$$

$$3x-1 = 11 \quad x = 4$$

Örnek: $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = 3x-1$$

$$A = \{-1, 0, 3, 4\}$$

$$f(A) = \{-4, -1, 8, 11\}$$

$f(A) = ?$

Örnek: $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = 2x+3$$

$$A = [-3, 4]$$

$$f(A) = [-3, 11]$$

$f(A) = ?$

NOT: Bos olmayan A ve B kümeleri için A dan B'ye tanımlanan fonksiyon sayısı $s(B)^{|A|}$ dir.

Örnek: $M = \{1, 2, 3, 4\}$

$$N = \{2, 3, 5\}$$

$$\frac{(M \cup N)}{5} \rightarrow \frac{(M - N)}{2}$$

$$2^5 = 32$$

Örnek: Pozitif reel sayılarda tanımlı f fonksiyonu tanım kümesindeki her elemanı karesi ile kendisinin toplamına eşlemektedir $f(a+1) = 42$ ise $a = ?$

$$f(x) = x^2 + x$$

$$f(a+1) = (a+1)^2 + a + 1$$

$$f(a+1) = a^2 + 3a + 2 = 42$$

$$a^2 + 3a - 40 = 0$$

$$a \quad 8 \quad a = 8$$

$$a \quad -5 \quad a = 5$$

Örnek: $f\left(\frac{x^2+2}{x}\right) = x^2 + 5 + \frac{4}{x^2}$

$f(5) = ?$

$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4}{x^2}$

$f\left(\frac{x^2+2}{x}\right) = \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 + 1$

$f(a) = a^2 + 1$

$f(5) = 5^2 + 1 = 26$

Örnek: $f(x, y) = \max\{xy, x+y+5\}$
 $f(4, 2) + f(-3, -2) = ?$

$f(4, 2) = \max\{8, 6+5\}$

$f(-3, -2) = \max\{6, 0\}$

$11 + 6 = 17$

Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2^{x+3}$

$f(x+1)$ $f(x)$ cinsinden esiti?

$f(x+1) = 2^{x+4}$
 $= 2^{x+3} \cdot 2$
 $\stackrel{f(x)}{=} 2 \cdot f(x)$

Örnek: $f(x+1) = 3 + f(x)$

$f(1) = 4$ ise $f(30) = ?$

$f(2) = 3 + f(1)$

$f(3) = 3 + f(2)$

$f(30) = 3 + f(29)$
 $f(30) = 3 + 3 + \dots + 3 + f(1)$
 $\frac{29}{3} + \frac{4}{1} = 31$

Örnek: $f(x^2 - 2x + 5) = -2x^2 + 6x - 15$
 $f(3) = ?$

$f(x^2 - 2x + 5) = -2(x^2 - 2x + 5) - 5$

$f(a) = -2a - 5$

$f(3) = -2 \cdot 3 - 5 = -11$

Örnek: Tanımlandığı aralıkta $f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$ olarak veriliyor.
 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ ise $f(2)$ nedir?

$f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$
 $\frac{f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 16$

Örnek: $f(x+1) = x \cdot f(x)$

$f(2) = 1 \rightarrow f(20) = ?$

$f(3) = 2 \cdot f(2)$

$f(4) = 3 \cdot f(3)$

$f(5) = 4 \cdot f(4)$

\vdots
 $x \cdot f(20) = 19 \cdot f(19)$

$f(20) = \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 19 \cdot f(2)}{19!}$

Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) + 3f(-x) = 4x - 12$

$f(5) = ?$

$-1/f(5) + 3f(-5) = 8$

$+3/f(-5) + 3f(5) = -32$

$8f(5) = -104$

$f(5) = -13$

Örnek: $f(x) = \frac{x-2}{3}$

$$g(x) = x^2 + 2$$
$$(f+g)(a+2) = 6 \rightarrow a = ?$$

$$f(a+2) + g(a+2) = 6$$
$$\frac{a}{3} + (a+2)^2 + 2 = 6$$

$$a^2 + 4a + 4 + \frac{a}{3} + 2 - 6 = 0$$

$$3a^2 + 13a = 0$$

$$a_1 + a_2 = -\frac{13}{3}$$

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

1) Birim Fonksiyon:

İçerdiği bir olan fonksiyondur.

$$f(x+2) = x+2$$

$$f(x^2) = x^2$$

$$f(2017) = 2017$$

Ör: $f(2x+3) = (a-1)x^2 + 3x + a \cdot b + c$ fonksiyon
birim fonksiyon ise $a+b-c = ?$

$$x-x-4=4$$

2) Sabit Fonksiyon:

$f: A \rightarrow B$ iken

$$x \rightarrow f(x) = a$$

NOT: $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ sabit fonksiyon ise

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = f(x)$$

Ör: f sabit fonksiyon olmak üzere

$$f(2x^3) = (a-1)x^2 + (ab-3)x + a+b \text{ ise } f(a^1) + f(b^0) = ?$$

$$a=1 \quad b=-3$$

$$f(x) = -2$$

$$f(a^1) = -2$$

$$f(b^0) = -2$$

$$\left. \begin{array}{l} f(a^1) = -2 \\ f(b^0) = -2 \end{array} \right\} -4$$

Ör: $f(x) = \frac{4x-m}{nx+3} = 2$ sabit fonksiyonu için

$$f(m) + f(n) = 4 \quad n-m = ?$$

$$\frac{4}{n} = \frac{-m}{3} = 2$$

$$n=2 \quad m=-6$$

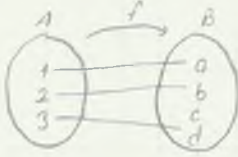
Ör: f birim fonksiyon
 g sabit fonksiyon

$$\begin{aligned} f(3) + g(-1) &= 5 \\ g(3) + f(-1) &= ? \end{aligned}$$

$f(1) = 1$
 $g(-1) = 2$

3) Birebir Fonksiyon:

A 'dan B 'ye tanımlı f fonksiyonunda a nırı her bir elemanın B kümesindeki görüntüsü birbirinden farklı ise f birebir fonksiyondur.



"1-1" veya "1:1"

Ör: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$f: A \rightarrow A$ fonksiyonu birebir fonksiyon

$f(1) + f(2) = f(3) + f(4)$
en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark = ?

$$18 - 10 = 8$$

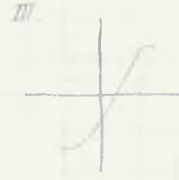
NOT: Bir fonk. grafiğinin birebir olup olmadığını anlamak için x eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular değeri kümesi boyunca doğma bir noktada kesiyorsa birebirdir.

Ör: Gerçek sayılar kümesinde tanımlı fonk. hangileri birebir tanımlıdır?

✓ I. $f(x) = 2x + 1$

× II. $g(x) = x^2 - 1$

✓ III. $h(x) = x^3$

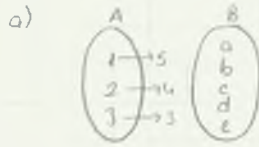


$$A = \{1, 2, 3\}$$

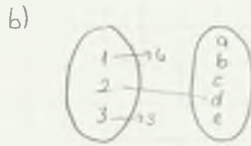
$$B = \{a, b, c, d, e\}$$

a) A'dan B'ye tanımlanan 1:1 fonksiyon sayısı

b) $f: A \rightarrow B$ $f(2) = d$ olacak şekilde birebir fonksiyon sayısını bulunuz.



$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

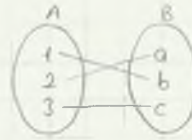
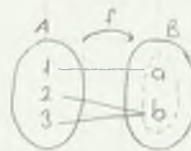
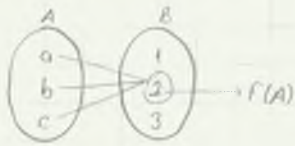


$$4 \cdot 3 = 12$$

ü) Örten Fonksiyon:

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda

$\forall x \rightarrow f(x) = f(A) = B$ oluyorsa fonksiyon örten dir.



1:1 ve örten

Ör: $f: A \rightarrow B$ 1:1 ve örten fonksiyon olmak üzere

$$s(A) = n+3$$

$$s(B) = 3n-11$$

İse A kümesinin alt küme sayısı ?

$$n+3 = 3n-11$$

$$14 = 2n \quad n = 7 \quad 2^{10}$$

NOT: Bir fonksiyonun grafiğinin örten olup olmadığını anlamak için x eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular değer kümesi boyunca fonksiyonu daima kesiyorsa örten dir.

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad \times$$

$$x \rightarrow f(x) = 2x+1$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \checkmark$$

$$x \rightarrow f(x) = 2x+1$$

5) İline Fonksiyon:

Örtü olmayan her fonksiyon iinedir.

6) Doğrusal Fonksiyon:

$f(x) = ax + b$ formundaki fonksiyonlara doğrusal fonksiyon denir.

Ör: f gerçel sayılarda tanımlı doğrusal bir fonk. $f(2) = 3$, $f(7) = 17$ ise $f(5) = ?$

$$\begin{array}{r} 2a + b = 3 \\ + 7a + b = 17 \\ \hline \end{array}$$

$$5a = 14$$

$$a = \frac{14}{5}$$

$$b = -\frac{13}{5}$$

$$f(x) = \frac{14}{5}x - \frac{13}{5}$$

$$f(5) = \frac{57}{5}$$

Ör: f : gerçel sayılarda tanımlı doğrusal " ". $f(-1) = -5$, $f(3) = 7$ ise $f(0) = ?$

$$\begin{array}{r} ax + b \\ - a + b = -5 \\ \hline \end{array}$$

$$3a + b = 7$$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

$$b = -2$$

$$f(x) = 3x - 2$$

$$f(0) = -2$$

Ör: f doğrusal fonksiyondur. $f(x-1) + f(x+1) = 6x + 6$ ise $f(1) = ?$

$$f(x) = ax + b$$

$$a(x-1) + b +$$

$$ax - a + b + ax + a + b = 6x + 6$$

$$2a = 6$$

$$2b = 6$$

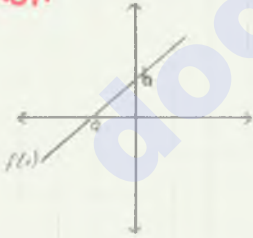
$$a = 3$$

$$b = 3$$

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(1) = 5$$

NOT:



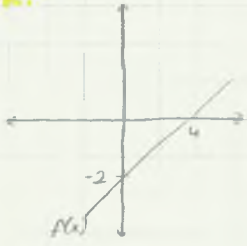
I. Yol:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

II. Yol:

$f(x) = ax + b$ geçtiği noktaları yerine koyup a ve b bulunur

ÖR:



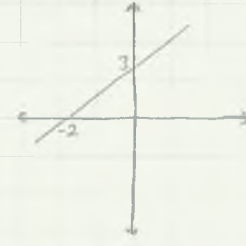
$$f(1) - f(3) = ?$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$$

$$x - 2y = 4$$
$$y = \frac{x-4}{2}$$

$$f(x) = \frac{x-4}{2}$$

$$f(1) = \frac{-3}{2} \quad f(3) = \frac{-1}{2} \quad \frac{-2}{2} = -1$$



$$f(x) = ?$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$y = \frac{6+3x}{2} \quad f(x) = \frac{6+3x}{2} = 3$$

NOT: $s(A) = a$

$s(B) = b$

$f: A \rightarrow B$ için ;

- ① fonksiyon sayısı: b^a
- ② birebir fonk. sayısı: $P(b, a)$
- ③ sabit fonksiyon sayısı: b
- ④ birebir ve örten fonksiyon sayısı: $a!$

Bir Fonksiyonun Ters:

f fonksiyonu birebir ve örten fonksiyon olsun f fonk. tersi f^{-1} ile gösterilir.

$$f: A \rightarrow B$$

$$f^{-1}: B \rightarrow A$$

$$f(x) = y \longrightarrow f^{-1}(y) = x$$

Bir fonksiyonun tersinin tersi kendisidir.

Ör: Aşağıdaki fonksiyonların terslerini bulunuz.

$$a) f(x) = \frac{x-2}{3} \longrightarrow 3x+2$$

$$b) f(x) = \frac{-x+1}{2} \longrightarrow \frac{2x-1}{-1} = -2x+1$$

$$c) f(x) = \frac{3x+5}{2x-2} \longrightarrow \frac{2x+5}{2x-3}$$

$$d) f(x) = 3x+5 \longrightarrow \frac{x-5}{3}$$

$$f(x) = ax+b$$

$cx+d$ yer ve işaret değiştir

Ör: $f: \mathbb{R} - \{m\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{n\}$

$$f(x) = \frac{2x-3}{x+3} \text{ fonk } -1-1 \text{ ve örten ise } m+n = -1$$

$$f: \mathbb{R} - \{m\} \text{ için:}$$
$$x+3=0 \quad (x=-3-m)$$

$$f: \mathbb{R} - \{n\} \text{ için:}$$

$$f'(x) = \frac{3x-3}{x-2}$$

$$x-2=0$$

$$x=2=n$$

Ör: $f: \mathbb{R} - \{2\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{3\}$ f fonksiyon $-1-1$ ve örten ise $f(x) = \frac{ax-4}{3x-b}$ old. göre $a-b=?$

$$x=2 \text{ için } 3-2-b=0 \quad b=6$$

$$f'(x) = \frac{bx-4}{3x-a}$$

$$x=3 \text{ için } 3-3-a=0 \quad a=9$$

Ör: $f: \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

$$x = \frac{f(x)+2}{3-f(x)}$$

$$f^{-1}(x) = ? \quad \frac{x+2}{3-x}$$

Örnek: $x < -3$

$$f(x) = x^2 + 6x - 2$$

$$f^{-1}(x) = ?$$

$$y = x^2 + 6x + 9 - 11$$

$$y = (x+3)^2 - 11$$

$$y + 11 = (x+3)^2$$

$$\sqrt{y+11} = x+3$$

$$3 - \sqrt{y+11} = x$$

$$-3 - \sqrt{x+11} = f^{-1}(y)$$

Örnek: $f(x+2) = 4x-1$

$$f^{-1}(11) + f(0) = ?$$

$$f(0) \rightarrow x = -2 \text{ için}$$

$$f(0) = -9$$

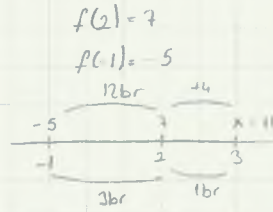
$$f^{-1}(6x-1) = x+2$$

$$x = 3 \quad 3+2$$

$$f^{-1}(11) = 5$$

$$5 - 9 = -4$$

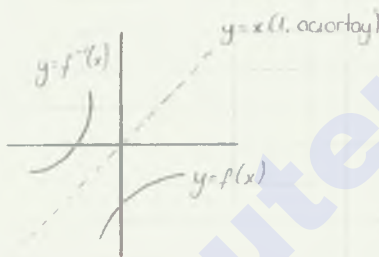
Örnek: f doğrusal fonksiyon olmak üzere
 $f^{-1}(7) = 2$ $f(-1) = -5$ $f(3) = ?$



Örnek: $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x < 2 \\ 3x-1 & x \geq 2 \end{cases}$

$$f^{-1}(5) + f^{-1}(0) = ?$$

NOT: $f^{-1}(x)$ in grafiği $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin $y=x$ doğrusuna göre simetridir.



BİLEŞKE FONKSİYON

$$f: A \rightarrow B$$

$$g: B \rightarrow C$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$f \circ g: A \rightarrow C$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x)))$$

$$f \circ g \neq g \circ f$$

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

$$f \circ f^{-1} = I \rightarrow \text{birim fonksiyon}$$

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \quad (h \circ g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$$

Örnek: $f(x) = 3x - 1$
 $(f \circ g)(x) = 4x + 2$ $g^{-1}(5) = ?$

$$f(g(x)) = 4x + 2$$

$$3g(x) - 1 = 4x + 2$$

$$3g(x) = 4x + 3$$

$$g(x) = \frac{4x + 3}{3}$$

$$x = 3$$

Örnek: $f(x) = 3x + 1$
 $(g \circ f)(x) = 4x - 1$ $g(x) = ?$

$$g(f(x))$$

$$g(3x + 1) = 4x - 1$$

$$x = \frac{x-1}{3} \rightarrow g(x) = \frac{4(x-1)}{3} - 1$$

$$\frac{4x-7}{3}$$

Örnek: $f(x) = 2x + 1$
 $g(x) = \frac{2x-1}{x+5}$
 $(g^{-1} \circ f)(a) = -16$ $a = ?$

$$g(-16) = f(a)$$

$$\frac{32-1}{-11} = \frac{2a+1}{a+5}$$

$$-33 = 22a - 11$$

$$22a = 22$$

$$a = 1$$

Örnek: $f(3x-1) = \frac{4x+16}{5x-2}$
 $(f^{-1} \circ g)(a) = 5$
 $g(2) = ?$

$$g(2) = f(5)$$

$$3x - 1 = 5$$

$$x = 2$$

Örnek: $(g \circ f)(x) = 2g(x+3) - 4$
 $(f \circ g)(x) = 3g(x) - 1$
 $g(5) = ?$
 $f(g(x)) = 3g(x) - 1 \rightarrow f(a) = \frac{5}{3a-1}$
 $g(f(x)) = 2g(x+3) - 4$
 $g(f(5)) = 2g(5) - 4 \rightarrow g(5) = 4$

Örnek: $f(x+m) = 4x+m$
 $g(2x+3) = x-4$
 $(f^{-1} \circ g)(7) = 6$ $m = ?$

$$f(6) = g(7)$$

$$f(6) = -2$$

$$x = 6 \cdot m$$

$$f(6) = 16 - 6m + m = -2$$

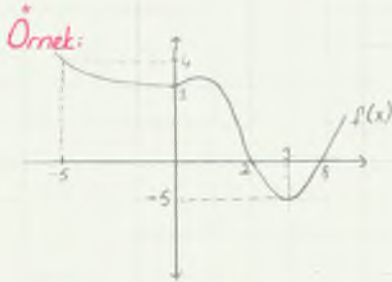
$$3m = 18$$

$$m = 6$$

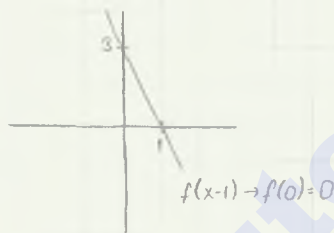
Örnek: $f(2x-3) = g^{-1}(7x+1)$
 $(g \circ f)(3) = ?$
 $g(f(\frac{2x-3}{3})) = 7x+1$
 $x = 3$ $\text{yani } (g \circ f)(3) = 22$

Örnek: $f(x) = 3x + 2 = 5$
 $g(x) = x^2 + x + 1 = 1$
 $h(x) = 5x - 3 = 2$
 $(f \circ g \circ h)^{-1}(s) = ?$

$(h^{-1} \circ g \circ f^{-1})(s)$



$\frac{f^{-1}(3) - f(-5) + f(1)}{f^{-1}(-5) + f(0)} = -\frac{4}{6}$



$f(x+2) = 0 \rightarrow x = -2$

Parçalı Fonksiyon:

$f(x) = \begin{cases} h(x) & x < a \\ g(x) & x \geq a \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} 3x+5 & x < 3 \\ 2 & x = 3 \\ 6x-1 & x > 3 \end{cases}$

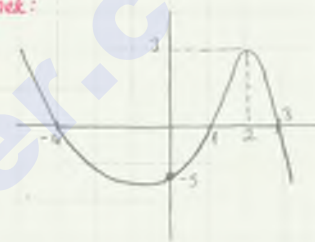
$f(-2) + f(3) + f(5)$
 $3(-2) + 5 + 2 + 19 = 20$

Örnek:



$\frac{f(2) + f^{-1}(2)}{(f \circ f^{-1})(1)} = ?$

Örnek:



$f(f(x-1)) = -5$ x değerlerinin toplamı?

$f(x-1) = 0$
 $-4, 1, 3$
 $-3, 2, 4$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ parçalı bir fonksiyon

$f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \text{ rasyonel} \\ x^2 & x \text{ rasyonel değilse} \end{cases}$

$(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = ?$

$f\left(\frac{f(\frac{\sqrt{2}}{2})}{\frac{1}{2}}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} x+7 \equiv 0 \pmod{3} \\ -4x-3 \equiv 1 \pmod{3} \\ -x+2 \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$f(5) + f(6) + f(7) \\ 13 - 31 - 3 = -21$$

Özel Tanımlı Fonksiyonlar:

1) Tek - çift Fonksiyonlar:

$$f(-x) = -f(x) \rightarrow \text{tek fonksiyon} \\ f(-x) = f(x) \rightarrow \text{çift}$$

Aşağıdaki fonksiyonların tekligini çiftliğini inceleyiniz.

$$1) f(x) = x^2 + 1$$

$$2) f(x) = x^3 - x$$

$$3) f(x) = x^2 + x$$

$$4) f(x) = x \cdot \sin x$$

$$5) f(x) = |x|$$

$$6) f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$$

çift fonk.
tek fonk. çift.
tek

iki tek fonk.
> çift pimi çift

$$1) f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 \rightarrow \text{çift}$$

$$2) f(-x) = (-x)^3 + x = -(x^3 - x) = -f(x) \rightarrow \text{tek}$$

$$3) f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x \rightarrow \text{ne tek ne çift}$$

$$4) f(-x) = -x \cdot \sin(-x) = x \cdot \sin x = f(x) \rightarrow \text{çift}$$

$$5) f(-x) = |-x| = |x| = f(x) \rightarrow \text{çift}$$

$$6) f(-x) = \frac{\cos(-x)}{(-x)^3} = -\frac{\cos x}{x^3} = -f(x) \rightarrow \text{tek}$$

NOT: Çift fonksiyonlarda tek kuvvet, tek fonksiyonlarda çift kuvvet bulunmaz. Tek fonksiyonlar orijine göre simetrik, Çift fonk. y eksenine göre simetrik.

$$f(x) = (a-5)x^2 + (b-3)x + a+b-4 \quad \text{tek kuvvet ise } f(0) = ?$$

$$a = 5$$

$$5 + b - 4 = 0 \rightarrow b = -1$$

$$f(x) = -6x$$

$$f(5) = -30$$

$$f(x) = 4x^2 - (a-3)x - \overbrace{f(-x)}^{f(x)} \quad \text{ve } f \text{ fonk. grafiği } y \text{ eksenine göre simetrik ise } f(a) = ?$$

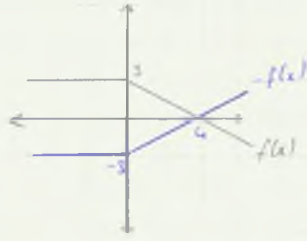
$$2f(x) = 4x^2 - (a-3)x$$

$$a = 3$$

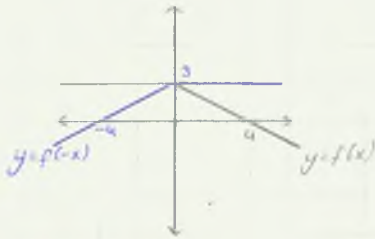
$$f(x) = 2x^2$$

$$f(3) = 18$$

NOT: $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmişken $y=-f(x)$ fonk. grafiği isteniyorsa x eksenine göre simetriği alınır.



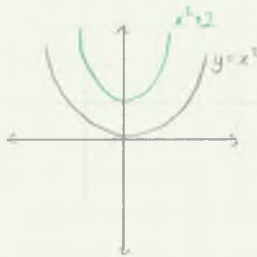
NOT: $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilir $y=f(-x)$ fonk. grafiği isteniyorsa ise y eksenine göre simetriği alınır.



NOT: $y=f(x)$ fonk. grafiği verilmişken $y=f(-x)$ fonksiyonunun grafiği isteniyorsa orijine göre

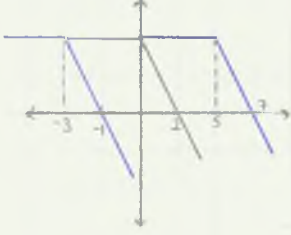


NOT: $y=f(x)$ fonk. grafiği verilmişken $y=f(x)+a$ fonk. grafiği isteniyorsa; $a>0$ ise y ekseninin (+) yönünde a birim ötele (yukarı çık), $a<0$ ise y ekseninin (-) yönünde a birim ötele (aşağı in)

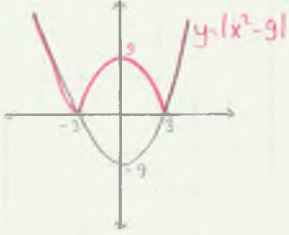


NOT: $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiş iken $y=f(x+a)$ fonksiyonunun grafiği isteniyorsa $x+a=0 \Rightarrow x=-a$

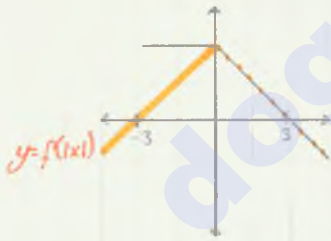
$-a > 0$ $-a < 0$
x ekseninde (+)a x ekseninde (-)
birim ötele a bir ötele



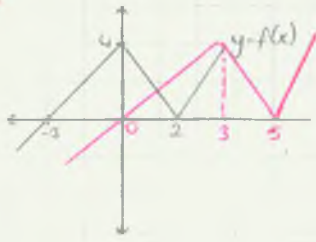
NOT: $y=f(x)$ fonk. grafiği verilmişken $y=|f(x)|$ fonk. grafiği isteniyorsa x ekseninde kalan kısım aynı bırakılır. Üç altta kalan kısmın x eksenine göre simetrisi alınarak yukarı taşınır.



NOT: $y=f(x)$ fonk. grafiği verilir $y=f(|x|)$ fonk. grafiği isteniyorsa sağ tarafta kalan kısım aynı bırakılır ve solda kalan kısmın y eksenine göre simetrisi alınarak birleştirilir.

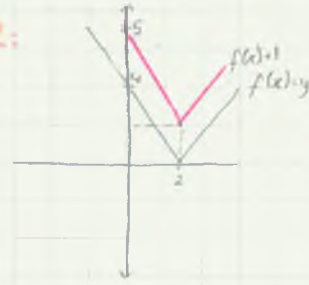


ÖR:



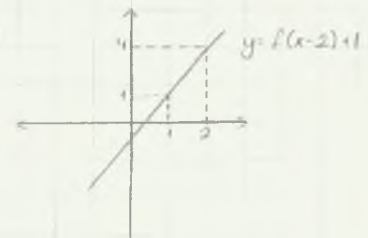
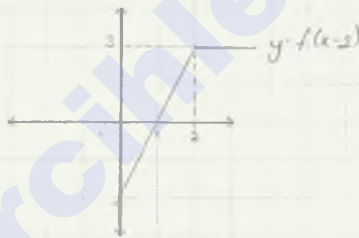
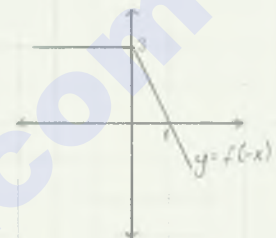
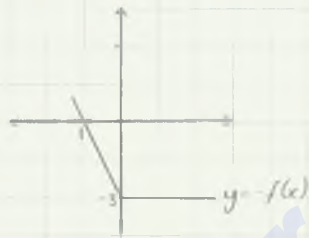
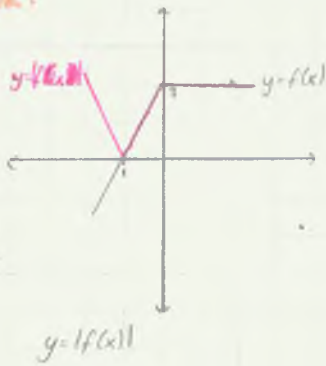
$y=f(x-3)$ grafiği = ?

ÖR:



$y=f(x)+1$ grafiği

ÖR:



Parçalı Fonksiyon Grafiği

$$f(x) = \begin{cases} h(x) & x < a \\ g(x) & a \leq x \leq b \\ k(x) & x > b \end{cases}$$

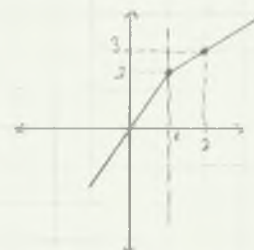
Fonksiyonun kritik noktaları a ve b dir.

ÖR: $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ -2 & x > 0 \end{cases}$

ÖR: $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 1 \\ 2x & x \leq 1 \end{cases}$

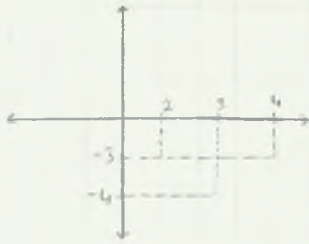


$x \leq 0$
 $y = 2x$
 $x = 0 \quad y = 0$
 $x = -1 \quad y = -2$
 $x > 0$
 $y = -2$
 $x = 0 \quad y = -2$
 $x = 1 \quad y = -1$



$x > 1$
 $y = x+1$
 $x = 1 \quad y = 2$
 $x = 2 \quad y = 3$
 $x \leq 1$
 $y = 2x$
 $x = 1 \quad y = 2$
 $x = 0 \quad y = 0$

ÖR: $f(x) = \begin{cases} x-7, & x \geq 3 \\ -x-1, & x < 3 \end{cases}$



$$\begin{aligned} x &\geq 3 \\ y &= x-7 \\ x=3 & \quad y=-4 \\ x=4 & \quad y=-3 \\ x &< 3 \\ y &= -x-1 \\ x=3 & \quad y=-4 \\ x=2 & \quad y=-3 \end{aligned}$$

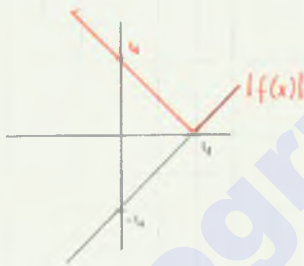
Mutlak Değer Fk.

$$|f(x)| = \begin{cases} -f(x) & , f(x) < 0 \\ f(x) & , f(x) \geq 0 \end{cases}$$

Mutlak değer in içerisinde 0 yapan nokta kritik noktadır.

ÖR: $f(x) = |x-4|$

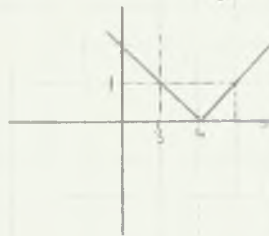
$$\begin{aligned} y &= x-4 \\ x=0 & \quad y=-4 \\ y=0 & \quad x=4 \end{aligned}$$



II. YOL: $f(x) = \begin{cases} -x+4 & x \leq 4 \\ x-4 & x > 4 \end{cases}$

$$\begin{aligned} x &\leq 4 \\ y &= -x+4 \\ x=4 & \quad y=0 \\ x=3 & \quad y=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &> 4 \\ y &= x-4 \\ x=4 & \quad y=0 \\ x=5 & \quad y=1 \end{aligned}$$



ÖR: $y = x + |x|$

$$y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$x < 0 \quad y = 0$$

$$x = 0 \quad y = 0$$

$$x = -1 \quad y = 0$$

$$x \geq 0 \quad y = x$$

$$x = 0 \quad y = 0$$

$$x = 1 \quad y = 1$$



NOT: $f(x) = |x+a| + |x+b|$



$f(x) = |x+a| - |x+b|$

b → en büyük

a → en küçük

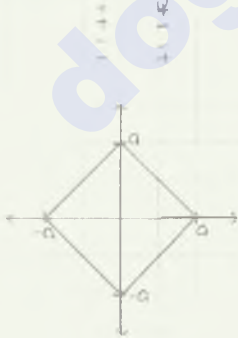
ÖR: $f(x) = |x-3| - |x+5|$ ifadesinin en küçük değeri?

$x = 3 \quad f(3) = |-8| = -8 \rightarrow$ en küçük

$x = -5 \quad f(-5) = |1-8| = 8 \rightarrow$ en büyük

$$-8 \leq f(x) \leq 8$$

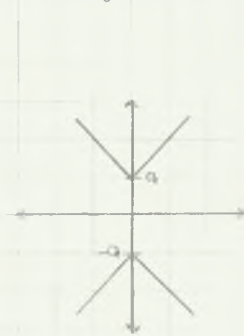
NOT: $|x| + |y| = a$



$|x| - |y| = a$



$|y| - |x| = a$



$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+5}{x-2}} + \sqrt{x+3} + 3x-2$$

font. 7K?

$$x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$$

$$x \neq 2$$

$$[-3, \infty) - \{2\}$$

dogrutercehler.com