$(x-2y)^3$ açılımının tüm terimlerinden seçilen bir terimin negatif olma olasılığı kaçtır?

$s(E)=8$
$s(A)=4$
$P(A)=\frac{4}{8}$

$+ - + - + - + -$

Limit

$f: A \to R$ bir fonksiyon olsun $a \in A$ için $x \to a$ yaklaşıyor iken $f(x) \to L$ gibi bir sayıya yaklaşıyorsa x a ya giderken $f(x)$in limiti L dir Denir.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

$\lim_{x \to a^+} f(x) = L_1 \to$ sağdan limit

$\lim_{x \to a^-} f(x) = L_2 \to$ soldan limit

Sağ limit sol limite eşit ise o noktada limit vardır. Eşit değilse limiti yoktur.

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = L$$

$\lim_{x \to a} f(x)$ = limit yoktur.

$\lim_{x \to a^+} f(x) = d$
$\lim_{x \to a^-} f(x) = b$
} sağ limit sol limite eşit değildir. Yani limit yoktur

degrutercihler.com

FABER CASTELL

$\lim_{x \to 3} f(x)$

limit var.

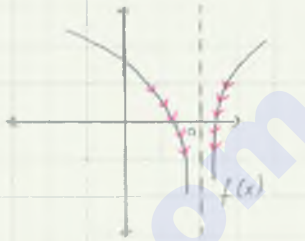
Sağ limit = sol limit

$\lim_{x \to \infty} f(x)$

$\lim_{x \to \infty^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to \infty^-} f(x) = -\infty$

limit yok



$\lim_{x \to \infty} f(x)$

$\lim_{x \to \infty^+} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to \infty^-} f(x) = -\infty$

$\Big\}$ = limit var $\to -\infty$

★★ $\lim_{x \to 3} f(x)$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) = -1$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = -1$

$\Big\}$ = limit var $\to -1$

★★ $\lim_{x \to -4^+} f(x) = 1$

★★ $\lim_{x \to -2} f(x)$

$\lim_{x \to -2^+} f(x) = 1$

$\lim_{x \to -2^-} f(x) = 1$

$\Big\}$ = limit var $\to 1$

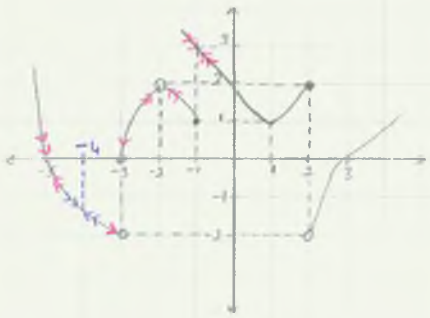
★ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 4$

★★ $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 1$

★★ $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 0$

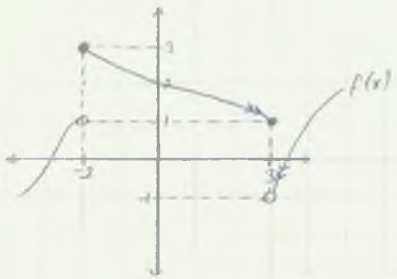
dogrutercihler.com

FABER-CASTELL



[-5,3] aralığında limit değerleri kaç tanedir?

✓ -5 , ✓ -4 , ✗ -3 , ✓ -2 , ✗ -1 , ✓ 0 , ✓ 1 , ✗ 2 , ✓ 3



NOT: Fonksiyon grafiğinde kopmanın olduğu yerlerde limit yoktur.

$\lim_{x \to 2^+} f(x^2+1) = f(3^+) = -1$

$\lim_{x \to 2^-} f(2x-1) = f(3^-) = 1$

$\lim_{x \to 3} f(x-3) = f(0) = 2$

Örnek: $\lim_{x \to 3^+} (x^2+3x)$

$= 9+9 = 18$

Örnek: $\lim_{x \to 1/2} \frac{2x - \sin \pi x}{1+\cos \pi x}$

$\frac{2 \cdot \frac{1}{2} - \sin \frac{\pi}{2}}{1+\cos \frac{\pi}{2}}$

$\frac{0}{1}$

Örnek: $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\sin x)}{\cos(\cos x)}$

$\frac{\sin(\sin \frac{\pi}{2})}{\cos(\cos \frac{\pi}{2})} = \frac{\sin 1}{1}$

$\frac{\sin 1}{\cos 0}$

dogrutercihler.com

FABER-CASTELL

Örnek: $\lim_{x\to 2} \frac{x+|x|}{|x+1|+x} = \frac{2+|2|}{3+2} = 5$

Örnek: $\lim_{x\to 4} (f(x)+x^2-1) = 7$

$\lim_{x\to 4} f(x) = ? - 8$

$f(4)+15 = 7$

$f(4) = -8$

Örnek: $\lim_{x\to -1} (f^{-1}(3x+2)) = 2$

$\lim_{x\to 0} f(11x+2) = ?$

$f^{-1}(-1) = 2 \qquad f(2)$

$f(2) = -1$

Örnek: $\lim_{x\to 3} \frac{x^3-3x^2}{x^2-9} =$

$\frac{x^2(3-x)}{(3-x)(3+x)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

$\lim_{x\to 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9}\right)$

$\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} = \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} - \frac{6}{x^2-9} =$

Örnek: $\lim_{y\to -x} \left(\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}\right)$

$\frac{x^3-x^3}{x^2+x^2} = \frac{0}{2x^2} = 0$

$\lim_{y\to -x} \left(\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}\right)$

$\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)} =$

dogutercihler.com

FABER-CASTELL

ÖZET TANIMLI FONKSİYON LİMİTİ

1) Parçalı Fonksiyon:

Parçalı fonk. kırılma noktaları kritik noktalardır.
Kritik noktaların limitine bakılırken sağ limit ve sol limite bakılır.

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x < a \\ h(x) & x \geq a \end{cases}$$ kritik nokta

Örnek: $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x>3 \\ 3 & x=3 \\ 2x-1 & x<3 \end{cases}$

$\lim_{x\to 2} f(x) =$

$2\cdot 2 - 1 = 3$

$\lim_{x\to 5} f(x)$

$5^2 - 1 = 24$

$\lim_{x\to 3} f(x)$

$\lim_{x\to 3^+} f(x^2-1) = 8$

$\lim_{x\to 3^-} f(2x-1) = 5$

$\neq$ limit yok

Örnek: $f(x) = \begin{cases} x^3-x+1 & x<-1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ x^2-7 & x \geq 1 \end{cases}$

$-1+2+1 \qquad 2 \qquad 1-7=-3$

$\lim_{x\to -1} f(x) + \lim_{x\to 0} f(x) + \lim_{x\to 3} f(x) = ?$ 1

$\lim_{x\to -1} f(x)$

$\lim_{x\to -1^+} 2 = 2 \neq \lim_{x\to -1^-} (x^2-x+1) = 1$ limit yok

Örnek: $f(x) = \begin{cases} ax+3 & x \geq -2 \\ 2x-1 & x < -2 \end{cases}$

$x=-2$ de limit varsa a ?

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^-} f(x)$

$-2a+3 = 2(-2)-1$

$-2a+3 = -5$

$-2a = -8$

$a = 4$

dogrutercihler.com

FABER CASTELL

2) Mutlak Değer Fonksiyon

Mutlak değerin içerisini 0 yapan noktalar kritik noktalardır. Kritik noktalarda soldan ve soldan limitlere bakılır.

Örnek: $\lim_{x\to -2^+} \frac{x+|x|}{|x-2|+x} = \frac{x+x}{x-2+x} = \frac{2x}{2x-2} = \frac{4}{2}$

Örnek: $\lim_{x\to 3} \frac{|x-3|}{x-3}$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{x-3}{x-3} = 1 \neq \lim_{x\to 3^-} \frac{-x+3}{x-3} = -1$

limit yoktur.

Örnek: $\lim_{x\to 2^+} \left(x + \frac{|2-x|}{x-2}\right)$

$\lim_{x\to 2^+} \left(x + \frac{1}{x-2}\right)$

$\lim_{x\to 2^+} (2+1) = 3$

Örnek: $\lim_{x\to 3^-} \frac{|x-3|}{3|x-3|+3-x}$

$\lim_{x\to 3^-} \frac{3-x}{-3x+9+3-x}$ $\lim_{x\to 3^-} \frac{3-x}{-4x+12} = \frac{3-x}{4(-x+3)} = 1/4$

Örnek: $\lim_{x\to \pi^+} \frac{|\sin x|}{\sin x}$ — 3. bölge (−)

$\frac{\text{SİNİR}}{\text{SİNİR}}$ $\lim_{x\to \pi^+} (-1) = -1$

Örnek: $\lim_{x\to \pi^-} \frac{|\cos x|}{\cos x} + 3x$ — 2. bölge (−)

$\frac{-\cos x}{\cos x} = -1$ $\lim_{x\to \pi} (-1) = -1 + 3x$

Örnek: $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}} \frac{|\tan x|}{\tan x}$ — 4. bölge (−)

$\frac{\tan x}{\tan x} = 1$ $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}} (1) = 1$

Örnek: $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} (\tan x + 2)$

$\tan 45 + 2$; $\frac{\sin 45}{\cos 45} = 1$; $1 + 2 = 3$

doğrutercihler.com

FABER CASTELL

NOT:

$\frac{\text{sayı}}{0} = \infty$

$\frac{\text{sayı}}{\infty} = 0$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

Örnek: $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{3 + 12^{1/x}}{5 - 9^{1/x}} \right)$

$= \frac{3 + 12^{1/\infty}}{5 - 9^{1/\infty}} = \frac{3+1}{5-1} = \frac{4}{4} = 1$

Örnek: $\lim_{x \to 1} \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{2}{0^+} = \infty$

Örnek: $\lim_{x \to 1} \frac{2}{x-1}$

$\lim_{x \to 1^+} \frac{2}{x-1} = \frac{2}{0^+} = \infty$

$\lim_{x \to 1^-} \frac{2}{x-1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$

} limit yok

Örnek: $\lim_{x \to -\infty} (3^x + 3^{1/x})$

$3^{-\infty} + 3^{1/-\infty}$

$3^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\infty} = 1$

0^+

NOT: $-1 < r < 1$ için $\lim_{x \to \infty} r^x = 0$

$r > 1$ için $\lim_{x \to \infty} r^x = +\infty$

$3^2 = 9 \quad -3^3 = -27$

$r < -1$ için $\lim_{x \to \infty} r^x =$ limit yok

$\lim_{x \to -\infty} (7^x + 5^{1/x} + 2)$

$7^{-\infty} + 5^{1/-\infty} + 2$

$\left(\frac{1}{7}\right)^{\infty} + 5^0 + 2$

$0 + 1 + 2 = 3$

dogrutercihler.com

FABER CASTELL

Örnek: $\lim_{x \to 3^+} 6^{\frac{1}{x-3}}$

$6^{1/0} = 6^{-\infty}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^{\infty} = 0$

Örnek: $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{2\sin x}{1+3^{\tan x}}$

$\frac{2 \cdot \sin\frac{\pi}{2}}{1+3^{\tan\frac{\pi}{2}}} = \left(\frac{1}{0}\right)^{-\infty} = 2$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{\infty} = 0$

Örnek: $\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$

3) Trigonometrik Fonksiyonun Limiti.

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{x} = \infty$

$\lim_{x \to \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$

$\lim_{x \to \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 7x}{8x} = \frac{7}{8}$

$\lim_{x \to 2} \frac{\sin(x-2)}{4x-8} = \frac{(x-2)}{4(x-2)} = \frac{1}{4}$

$\lim_{x \to \infty} \frac{\sin 8x}{7x} = 0$

$\lim_{x \to 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$

$\lim_{x \to 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = 1$

Örnek: $\lim_{x \to 3} \frac{3x-9}{\sin(2x-6)}$ (0/sin0)

$\frac{3(x-3)}{2(x-3)} = \frac{3}{2}$

Örnek: $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 6x}{x^2}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 6x}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\sin 6x}{x}$

$6 \cdot 6 = 36$

dogruterciinler.com

FABER-CASTELL

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos x)}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\cos x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x - \sin x}{x}\right)$$

$$\underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{x}}_{2} - \underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}}_{1} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{4x^2}$$

$$\underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{4x}}_{1/8} \cdot \underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}}_{1/2} = \frac{1}{16}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x + \tan 3x}{4x}$$

$$\underbrace{\lim_{x\to 0}\sin\frac{2x}{4x}}_{\frac{2}{4}} + \underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\tan 3x}{4x}}_{\frac{3}{4}} = \frac{5}{4}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$$

$$\underbrace{\lim_{x\to 2}\frac{\sin(x-2)}{(x-2)}}_{1} \cdot \underbrace{\lim_{x\to 2}\frac{1}{x+2}}_{1/4} = 1/4$$

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$$

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sin(\pi - x)}{x-\pi} = \frac{\pi - x}{x-\pi} = -1$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\cos(x+\frac{\pi}{4})}{2x-\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right)\right)}{2x-\frac{\pi}{2}} = \frac{\frac{\pi - 4x}{4}}{\frac{4x-\pi}{2}} = -2$$

$\frac{0}{0}$ Belirsizliği:

$\frac{0}{0}$ belirsizliğinde ifade çarpanlarına ayrılabiliyor ise çarpanlarına ayrıldıktan sonra en sade haliyle işlem yapılır.

Köklü sayıda $\frac{0}{0}$ belirsizliği var ise eşleniğiyle genişleterek işlem yapılır.

Hiçbir işlem yapamıyorsak türev konusunda L'HOSPITAL kullanılarak işlem yapılır.

degrutercihler.com

FABER CASTELL

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-6x+5}{x^2-3x+2}=\frac{0}{0}$$

$$\frac{(x-5)(x-1)}{(x-2)(x-1)}=\frac{-4}{-1}=4$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-3x^2}{x^2-9}$$

$$\frac{x^2(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x+1-2\sqrt{x}}{(x-1)^2}$$

$$\frac{t^2+1-2t}{(t-1)^2}=\frac{(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=\frac{1}{(\sqrt{x}+1)^2}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-1}{x^3+2x-3}$$

$$\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x+3)(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+3}=\frac{3}{4}$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^3-3x+2}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$\frac{(x-1)(x-2)}{(\sqrt{x}-1)}$$

$$\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x-2)}{\sqrt{x}-1}=-2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{1-\sqrt[3]{2-x}}$$

$$2-x=t^3$$

$$x=2-t^3$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2-t^3-1}{1-t}=\frac{(1-t)(1+t+t^2)}{1-t}$$

$$\lim_{x\to 1}\left(1+\sqrt[3]{2-x}+\sqrt[3]{(2-x)^2}\right)$$

$$1+1+1=3$$

$m,n\in\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x+m}{x^3-x-6}=n \qquad (11n+m)=?$$

$$\begin{array}{r|l} x^3-x-6 & x-2 \\ \hline x^3-2x & x^2+2x+3 \\ \hline 2x^2-x-6 & \\ -2x^2+4x & \\ \hline 3x-6 & \\ 3x-6 & \end{array}$$

$$\frac{(x+6)(x-2)}{(x^2+2x+3)(x-2)}=\frac{6}{11}=n$$

$$2^2+4+m=0$$

$$m=-8$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{k+\sqrt{8x+1}}{1-x}$$ limiti vərsə

$k=?$

$$k+\sqrt{8x+1}=0$$

$$k+3=0$$

$$k=-3$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{2-\sqrt{6-x}}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(2+\sqrt{6-x})}{(4-(6-x))}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(2+\sqrt{6-x})}{-2+x}=2+\sqrt{4}=4$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+ax-1}{x^2-1}=k \qquad k=?$$

$$2+a-1=0 \qquad a=-1$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(2x^2-x+1)}{x^2-1}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+6}-3)(\sqrt{x+6}+3)}{(x-3)(\sqrt{x+6}+3)}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x+6-9)}{(x-3)(\sqrt{x+6}+3)}=\frac{1}{\sqrt{9}+3}=\frac{1}{6}$$

dogrutercihler.com

FABER-CASTELL

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} \right)$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} = \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{3x}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$= 1 + 2\sin^2 x$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1 - 1 + 2\sin^2 x}}{3x}$$

$$\lim \frac{\sqrt{2} \cdot \sin x}{3x} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\lim_{x \to a} \frac{\cos x - \cos a}{\sin x - \sin a}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{-\sin\left(\frac{x+a}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x+a}{2}\right)} = -\tan a$$

$\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ

$$\lim_{x \to \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \ldots + c}{kx^m + k_2 x^{m-1} + \ldots l}$$ için

$n > m$ ise

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

$n = m$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{a}{lc}$$

$n < m$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$$

dogrutercihler.com

FABER CASTELL

$\lim_{x\to-\infty} \frac{6x^3+2x+7}{2x^3-8}$

Büyüklerle işlem yapılır.

$\frac{6x^3}{2x^3} = 3$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x+7}{x^4+2x+7}$

$\frac{1}{-\infty} = 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{2^x}$

$x\to\infty$ iken $x^x > x^! > a^x > x^a > \frac{\sin x}{\cos x}$

$= \frac{1}{\infty} = 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{1+2+3+\ldots+x}{3x^2+1}$ $\quad \frac{\frac{x(x+1)}{2}}{} \quad \frac{x^2+x}{2}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x}{6x^2+2} = \frac{1}{6}$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x+2\sqrt{x^2-3x+4}}{4x-2}$ $\quad -x$

$\frac{x+2|x|}{4x} = \frac{-x}{4x} = -\frac{1}{4}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^3+7}{x^2+1}$

$\frac{5x^3}{x^2} = \infty$

$\lim_{x\to\infty} \frac{2^{x-1}+5^{x+1}}{2^x+5^{x-1}}$

$\frac{5^{x+1}}{5^{x-1}} = 5^2 = 25$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x+\sin x}{2^x+\cos x}$

$= \frac{1}{\infty} = 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{6x^2-5x+1}}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

$\frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{(a+1)x^3+(b-1)x^2-3}{x^2-2x+5} = 2$ $\quad 0$

$a \cdot b = ?$

$a+1=0 \quad a=-1$

$\frac{b-1}{1} = 2 \quad b-1=2$

$b=3$

dogrutercihler.com

FABER CASTELL

Süreklilik

$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = f(a)$

limit var

süreklilik

Örnek: $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - ax + 4}$

a) $\mathbb{R}$ sürekli ise a'nın diğer aralığı ?
b) $\mathbb{R} - \{m\}$ ise " " "
c) $\mathbb{R} - \{m, n\}$ " " "

a) $\Delta < 0$

$a^2 - 16 < 0$

$-4 < a < 4$

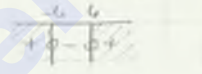
b) $\Delta = 0$

$a^2 - 16 = 0$

$a = 4 \quad a = -4$

c) $\Delta > 0$

$a^2 - 16 > 0$



$\mathbb{R} - [-4, 4]$

Örnek: $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x}, & x < -1 \\ \frac{1}{x^2 - 4}, & -1 \leq x < 3 \\ |x+1|, & x \geq 3 \end{cases}$

Süreksizlik noktaları ?

$x \neq 0$ $\quad x^2 - 4 = 0$

$x = 2$ $\quad x = -2$

$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^-} f(x) = f(-1)$

$\frac{1}{-3} \neq \frac{3}{-1}$

limit yok = süreklilik yok

$x = -1$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = f(3)$

$\frac{1}{9-4} \neq |3+1|$

limit yok = süreklilik yok

$x = 3$

dogrutercihler.com

FABER CASTELL

Örnek: $f(x) = \begin{cases} mx+n & x<3 \\ 2 & x=3 \\ m-nx^2 & x>3 \end{cases}$

R sürekli ise $m+n=?$

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x) = f(3)$

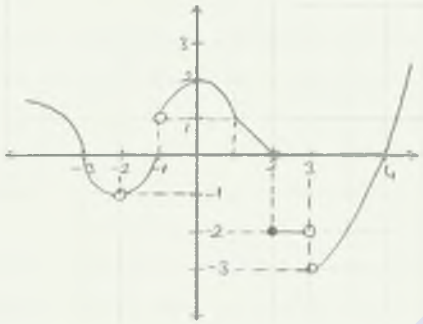
$3m+n = m-9n = 2$

$9/\ 3m+n=2$

$m-9n=2$

$28m=20$

$m=\frac{20}{28}$ $\quad n=\frac{-4}{28}$ $\quad m+n=\frac{20-4}{28}=\frac{16}{28}=\frac{4}{7}$



[-3,4] aralığındaki kaç doğal sayı değeri için limitlidir. Süreklidir.

limitlidir → -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

süreklidir → -3, -2, 0, 1, 4

NOT: Süreklilik için kopma, kırılma ve boşluk olmamalıdır.

$f(x) = \begin{cases} 1 & x\le 1 \\ x^2+ax+b & 1<x<3 \\ 5 & x\ge 3 \end{cases}$

R sürekli ise $a-b=?$

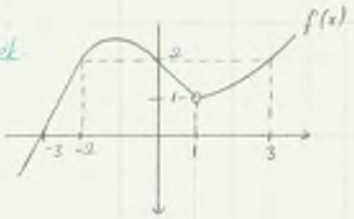
$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1)$ $\quad$ lim

$1+a+b=1 \longrightarrow a+b=0$

dogrutercihler.com

FABER-CASTELL

Örnek



$g(x) = \frac{1}{f(x)-2}$ fonk. süreksiz olduğu nokta ?

$f(x)-2 = 0$

$f(x) = 2$ olduğu noktalar = $-2, 0, 3$

TÜREV

$f: A \to R$

$a \in A$ $x=a$ sürekli fonk ise $\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ fonksiyonuna ya da limitine f in $x=a$ noktasındaki türevi denir.

$\left.\frac{df(x)}{d(x)}\right|_{x=a}$, $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a}$, $f'(x)$ $\frac{dx}{a}$ = x in a ya göre limiti

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Bir fonksiyonun türevli olabilmesi için sürekli olması gerekir.

f fonksiyonunun 1 türevindeki $x = x_0$ değerine fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi denir.

Örnek: $f(x) = \sqrt{x}$ $x=4$ nok. teğetinin eğimi ?

$f'(4) = \lim_{x \to 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4}$

$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ $\lim_{x \to 4} \frac{(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{4}$

Örnek: $f(x) = x^2+4$ $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = ?$

$\frac{(x+h)^2+4-x^2-4}{h} = \frac{x^2+2xh+h^2}{h} = \frac{h(2x+h)}{h} = 2x+h \to 0 = 2x$

$f(x) = x^2+x-4$ $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

$\frac{(1+h)^2+(1+h)-4+2}{h} = \frac{1+2h+h^2+1+h-2}{h}$

$\frac{3h+h^2}{h} = h+3 \to \lim_{h \to 0} h+3 = 3$

dogutercihler.com

FABER CASTELL

Türev Alma Kuralları:

1) $f(x)=c \rightarrow f'(x)=0$

2) $f(x)=x^n \rightarrow f'(x)=n\cdot x^{n-1}$

3) $(f(x)\mp g(x)) \rightarrow f'(x)\mp g'(x)$

Örnek: $f(x)=x^2+x-4$

$f'(x)=?$

$2x+x^0=2\cdot 1+1=3$

Örnek: $f(x)=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\ldots+\frac{1}{x^{10}}$ $\quad f'(1)=?$

$f(x)=1+x^{-1}+x^{-2}+\ldots+x^{-10}$

$f'(x)=-x^{-2}-2x^{-3}-3x^{-4}-\ldots-10x^{-11}$

$f'(1)=-1-2-3-4\ldots-10$

$-(1+2+3.\ldots+10)=\frac{10\cdot 11}{2}=-55$

Örnek: $f(x)=x^3+x^2-\frac{1}{x^3}-\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$ $\quad f'(1)=?$

$x^3+x^2-x^{-3}-x^{-\frac{2}{5}}$

$3x^2+2x+3x^{-4}-\frac{2}{5}x^{-\frac{7}{5}}$

$3+2+3+\frac{2}{5}=\frac{42}{5}$

Örnek: $f(x)=\begin{cases} ax^2+2x+1 & x<1 \\ bx^3+2, & x\geq 1 \end{cases}$

$\forall x\in R$ türevli ise $a\cdot b=?$

$\lim_{x\to 1^+}(bx^3+2)=\lim_{x\to 1^-}(ax^2+2x+1)$

$b+2=a+3 \quad b-a=1$

$f'(1^+)=f'(1^-)$

$3bx^2\Big|_{x=1}=(2ax+2)\Big|_{x=1}$

$3b=2a+2$

$3b-2a=2$

$-2/\ b-a=1$

$b=0$

$a=-1$

Örnek: $f(x)=2\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}+1$ $\quad f'(x)=?$

$f(x)=2\cdot x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{2}}+1$

$f'(x)=2\cdot\frac{1}{3}\cdot x^{\frac{1}{3}-1}-\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}$

$=\frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}}-\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{2}{3\cdot\sqrt[3]{x^2}}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Örnek: $f(x)=\begin{cases} ax+b, & x<1 \\ x^2+bx+3, & x\geq 1 \end{cases}$

$\forall x\in R$ türevli ise $a\cdot b=?$

$\lim_{x\to 1^+}(x^2+bx+3)=\lim_{x\to 1^-}(ax+b)$

$1+b+3=a+b$

$a=4$

NOT: Bir fonk. bir noktada türevli olabilmesi için sağ türevin sol türevle eşit olması gerekir.

$f'(1^+)=f'(1^-)$

$(x^2+bx+3)'\Big|_{x=1}=(ax+b)'\Big|_{x=1}$

$2x+b\Big|_{x=1} \quad a=4$

$2+b=4 \quad b=2$ $\quad \boxed{a\cdot b=8}$

dogrutercihler.com

FABER-CASTELL

4) $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + g'(x)\cdot f(x)$

Örn: $f(x) = (x^3 - x^2 + 5)(x^2 + 7x + 8)$ $\quad f'(x) = ?$

$$(3x^2 - 2x)\cdot(x^2 + 7x + 8) + (2x+7)(x^3 - x^2 + 5)$$

Örnek: $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$ $\quad f'(x) = ?$

$$x^2 + 2x + x + 2 = (x^2 + 3x + 2)(x+3)$$

$$(2x+3)(x+3) + (1)\cdot(x^2 + 3x + 2)$$

Örnek: $f(x) = \underbrace{(x-1)(x-2)}_{(x^2 - 5x + 6)}(x-3)$ $\quad f'(1) = ?$

$$f'(x) = (x^2 - 5x + 6) + (x-1)(2x-5)$$
$$f'(1) = 1 - 5 + 6 = 2$$

5) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - g'(x)\cdot f(x)}{g^2(x)}$

Örnek: $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 4}$ $\quad f'(1) = ?$

$$f'(x) = \frac{(4x-3)(x^2+4) - 2x(2x^2 - 3x + 1)}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(1) = \frac{16 - 20}{25} = \frac{-1}{5}$$

Örnek: $f(x) = \frac{x^2 + 6x - 1}{(m-2)x + m^2 - 3}$ tüm gerçel sayılarda türevli ise $f'(m+1)$?

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x - 1}{4 - 3} = x^2 + 6x - 1$$

$$f'(x) = 2x + 6$$
$$f'(3) = 2\cdot 3 + 6 = 12$$

Örnek: $f(x) = \frac{(x+2)}{x-3}$ $\quad f'(4) = ?$

dogrutercihler.com

FABER-CASTELL