

PARABOL

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

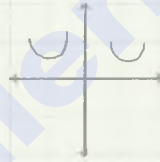
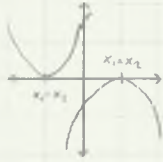
- i) $a > 0$ kollar yukarı
 $a < 0$ kollar aşağı

ii) $\Delta > 0$ reelde iki farklı kök var
x eksenini iki farklı noktada keser.

$\Delta = 0$ reelde eşit iki kök
x eksenine teğet olacak

$\Delta < 0$ reelde kök yok
x eksenini kesmez.

- iii) $x = 0$ için y
 $y = 0$ için x bulunur.



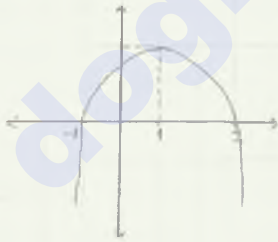
iv) Tepe noktası koordinatları:

$$T(r, k)$$

$$T\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

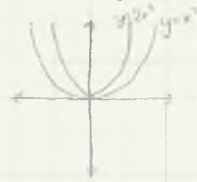
$$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Örnek: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$



$$T(r, k) = r = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$$

$y = ax^2$ parabolünde a ne kadar büyük
ise o kadar y eksenine yakındır.



Örnek:



$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere a, b, c sıralayınız

$$a > b > c$$

NOT: $y = ax^2 + bx + c$ parabolü için

1) Simetri eksenini $x = \frac{-b}{2a}$

2) Simetri eksenini parabolü iki eş parçaya ayırır.

3) x eksenini kestiği noktaların apsisi x_1 ve x_2 olsun

$$\frac{x_1 + x_2}{2}$$

4) $a > 0$ ise tepe noktası en küçük değere sahip olur.

$a < 0$ ise tepe noktası en büyük değere sahip olur.

Örnek: $f(x) = 2x^2 - (m-1)x - 1$ parabolünün simetri eksenini $x=2$ doğrusu ise m kaçtır?

$$2 = \frac{-(m-1)}{2 \cdot 2} \rightarrow m-1 = 8 \\ m = 9$$

Örnek: $f(x) = x^2 - 3x + m + 1$ parabolü x eksenine teget ise m kaçtır?

$$\Delta = 0 \quad b^2 - 4ac = 0 \\ 9 - 4(m+1) = 0 \\ m = \frac{5}{4}$$

Örnek: $f(x) = x^2 - (n+1)x + 2m + 3$ parabolünün simetri eksenini $x=2$ doğrusu ise bu parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

$$2 = \frac{-b}{2a} \quad \frac{m+1}{2} = 2 \quad m = 3$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 9$$

$$x=0 \quad y=9$$

Örnek: $f(x) = -x^2 + 2x + m - 1$ parabolünün alabileceği en büyük değer 2 ise m kaçtır?

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$f(1) = 2 \quad -1 + 2 + m - 1 = 2 \\ m = 2$$

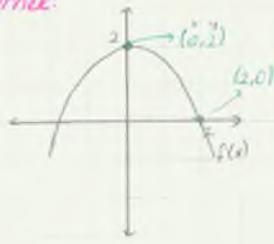
Örnek: $f(x) = x^2 + (m-1)x + 1$ parabolü x eksenine pozitif yönde teget olduğuna göre m kaçtır?

$$\Delta = 0 \quad (m-1)^2 - 4 = 0 \\ m-1 = 2 \quad m-1 = -2 \\ m = 3 \quad m = -1$$

$$m = 3 \text{ için } f(x) = (x+1)^2 \quad x = -1$$

$$m = -1 \text{ için } f(x) = (x-1)^2 \quad x = 1$$

Örnek:



$$f(x) = -x^2 + bx + c \text{ en büyük değeri = ?}$$

$$x=0 \rightarrow c=2$$

$$0 = -4 + 2b + 2$$

$$b=1$$

$$f(x) = -x^2 + x + 2$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{4}$$

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{-2}$$

Örnek:

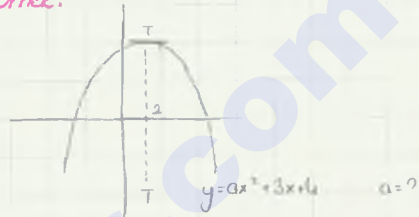


$$|OB| = 3|AO|$$

$$c = ?$$

$$c = (-1) \cdot 3 = -3$$

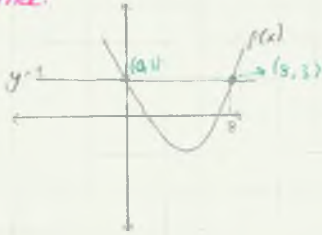
Örnek:



$$a = ?$$

$$r = -\frac{3}{2a} \rightarrow a = \frac{-3}{4}$$

Örnek:



$$f(x) = x^2 + bx + c \quad f(1) = ?$$

$$c=3$$

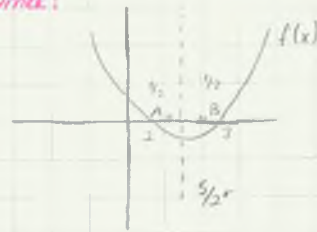
$$3 = 64 + b \cdot 8 - 8$$

$$b = -8$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 3$$

$$f(1) = 1 - 8 + 3 = -4$$

Örnek:



$$f(x) = x^2 - 5x + m$$

$$|AB| = 1 \quad m = ?$$

$$m = 2 \cdot 3 = 6$$

Örnek: $y = ax^2 + bx + c$ parabolü için hangisi yanlıştır?



$$A) b^2 < 4ac \quad \checkmark$$

$$\sqrt{8) a < 0$$

$$C) b > 0 \quad \checkmark$$

$$\checkmark c) c < 0$$

$$X) E) ab + c > 0$$



$$y_1 = \frac{a}{2}x^2 + (m+2)x - 2m - 1 \rightarrow y = x^2 + 6x + 3$$

$$y_2 = -x^2 + 2x + m + 1 \rightarrow y = -x^2 + 2x + 3$$

$$2m - 1 = m + 1 \quad x = -1 \quad x = 3$$

$$m = 2 \quad 6$$

Örnek:



E noktasının ordinatı 6 ise ABCD yarıçığının alanı = ?

$$y = mx^2 + (m^2 - 6)x + 8$$

$$r = 0 = \frac{m^2 - 6}{m} \rightarrow m = -2$$

$$y = -2x^2 + 8$$

$$6 = -2x^2 + 8$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$-2x^2 + 8 = 0$$

$$x = 2$$

$$A = \frac{(2-1) \cdot 6}{2} = 1.5$$

PARABOLÜN DENKLEMİNİ BULMA:

1) $y = ax^2 + bx + c$ parabolü üzerinde herhangi üç nokta biliniyorsa bu noktalar parabolde yerine yazılarak a b c bulunur.

2) Kökleri x_1 ve x_2 olan parabol denklemini $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ dir.

3) Tepe noktası (r, k) olan parabol denklemini $y = a(x - r)^2 + k$

Örnek: Kökleri -1 ve 2 olan $A(2, \frac{5}{3})$ noktasından geçen parabolü bulunuz

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 2$$

$$y = a(x - (-1))(x - 2)$$

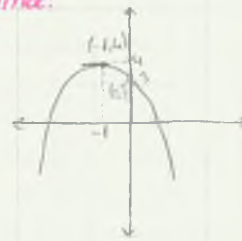
$$y = a(x + 1)(x - 2)$$

$$\frac{5}{3} = a(-1)(-4)$$

$$a = \frac{5}{12}$$

$$y = \frac{5}{12}(x + 1)(x - 2)$$

Örnek:



$f(3) = ?$

$$T(-1, 6) \quad A(0, 3)$$

$$y = a(x - (-1))^2 + 6$$

$$y = a \cdot (x + 1)^2 + 6$$

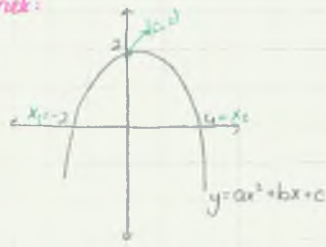
$$x = 0 \quad y = 3 \rightarrow 3 = a + 6 \rightarrow a = -3$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 6$$

$$f(3) = -3(3 + 1)^2 + 6$$

$$= -3 \cdot 16 + 6 = -42$$

Örnek:



$f(3) = ?$

$$y = a \cdot (x - (-2)) \cdot (x - 4)$$
$$x = 0 \quad y = 2 \rightarrow 2 = a \cdot 2 \cdot (-4)$$
$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4} (x+2)(x-4)$$

$$f(3) = -\frac{1}{4} \cdot 5 \cdot (-1) = \frac{5}{4}$$

Örnek:



$A(\widehat{ABC}) = ?$

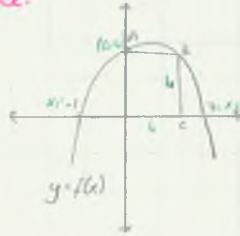
$$y = a(x+1)(x-3)$$
$$x = 0 \quad y = 6 \rightarrow 6 = a \cdot 1 \cdot (-3)$$
$$a = -2$$

$$y = -2(x^2 - 2x - 3)$$
$$y = -2x^2 + 4x + 6$$
$$r = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 24}}{-2 \cdot (-2)}$$

$$k = -2 + 6 + 6 = 8$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

Örnek:



OCBA dörtgen $y = ax^2 + bx + c$ $A(OCBA) = ?$

$$y = a(x+1)(x-7)$$
$$6 = a \cdot (-7)$$
$$a = -\frac{6}{7} (x+1)(x-7)$$

$$-7 = (a+1) \cdot (a-7)$$

$$a = 6$$

$$A(OCBA) = 6 \cdot 6 = 36$$

PARABOL İLE DOĞRU DURUMLARI:

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunun birbirine göre durumları incelenirken önce ortak çözüm yapılır, daha sonra Δ ya bakılır.

i) $\Delta > 0$ ise doğru ile parabol 2 noktada kesişir. \searrow

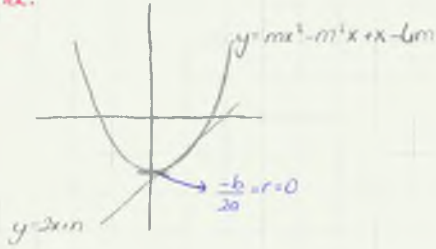
ii) $\Delta = 0$ ise doğru parabole teğettir. \searrow

iii) $\Delta < 0$ ise doğru ile parabol asla kesişmezler \cup

Örnek: $y = -x^2 + 3$ parabolü ile $y = x + 1$ doğrusunun birbirine göre durumlarını bulunuz.

$$\begin{aligned} -x^2 + 3 &= x + 1 \\ x^2 + x - 2 &= 0 \\ b^2 - 4ac &= 9 > 0 \\ 2 \text{ noktada kesisirler} \\ x_1 &= +1 \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Örnek:



$$\begin{aligned} r=0 &= \frac{-(m^2+1)}{m} \\ m^2 - 1 &= 0 \\ m &= 1 \quad m = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= x^2 - x + x - 4 = x^2 - 4 \\ x^2 - 4 &= 2x + n \\ x^2 - 2x - 4 - n &= 0 \\ \Delta &= 0 \\ 4 - 4(-4-n) &\rightarrow n = -5 \end{aligned}$$

NOT: $y = ax^2 + bx + c$ parabolüne orjinden cisilen teğetler dik kesisiyor ise $\Delta = -1$ dir. x ekseninden cisilen teğetler dik kesisiyor ise $\Delta = 1$ dir.

Örnek: $f(x) = x^2 + ax + 1$ parabolüne orjinden cisilen teğetler birbirine dik ise a nın pozitif değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^2 - 4ac &= -1 \\ a^2 &= 3 \\ a &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

Örnek: $f(x) = x^2 + x + n$ parabolü ile $y = 3x - 4$ doğrusu birbirine teğet ise $n = ?$

$$\begin{aligned} x^2 + x + n &= 3x - 4 \\ x^2 - 2x + n + 4 & \\ \Delta &= 0 \quad 4 - 4 \cdot 1 \cdot (n+4) = 0 \\ t &= n+4 \\ n &= -3 \end{aligned}$$

$y = \frac{x}{a}$ parabolünün a nın hangi değeri için $x = y = 1$

$$\begin{aligned} y &= x - 1 \\ \frac{x}{a} &= x - 1 \\ x^2 - ax + a &= 0 \\ \Delta &= 0 \\ a^2 - 4a &= 0 \\ a(a-4) &= 0 \\ a &= 4 \end{aligned}$$

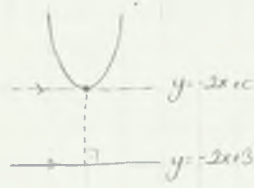
Örnek: $y = x^2 - x - 5$ parabolüyle $y = x + 3$ doğrusu a ve b noktalarında kesisiyor ise a ile b nin orta noktasının koordinatları neledir?

$$\begin{aligned} x^2 - x - 5 &= x + 3 \rightarrow x^2 - 2x - 8 \\ x_1 &= -2 \quad x_2 = 4 \\ y_1 &= 1 \quad y_2 = 7 \\ A(-2, 1) \quad B(4, 7) \\ \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1+7}{2} \right) &= (1, 4) \end{aligned}$$

b) a b arası uzaklık?

$$\begin{aligned} \sqrt{(-2-4)^2 + (1-7)^2} \\ = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

Örnek: $y = x^2 - x + 2$ parabolünün $y = -2x + 3$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi kaçtır?



$$\begin{aligned} -x^2 - x + 2 &= -2x + c \\ -x^2 + x + 2 - c &= 0 \\ \Delta &= 0 \end{aligned}$$

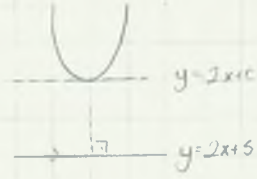
$$\begin{aligned} 1 + 4 - (2 - c) &= 0 \\ -\frac{1}{4} &= 2 - c \\ c &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$x^2 + x + 2 - \frac{9}{4} = 0 \quad -x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \quad x = \frac{1}{2}$$

Örnek: $y = x^2 - 6x + 7$ parabolünün $y = 2x + 5$ e olan en yakın noktasının koordinatları?



$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 7 &= 2x + c \\ x^2 - 8x + 7 - c &= 0 \\ \Delta &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 - 4(7 - c) &= 0 \\ c &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= 0 \rightarrow (x - 3)^2 = 0 \\ x &= 3 \quad y = 4 \end{aligned}$$

FONKSİYONLAR

A ve B boştan farklı iki küme olsun. a'nın bir elemanı b'nin yalnız bir elemanı ile birleşiyorsa bu bağıntıya fonksiyon denir.

$f: A \rightarrow B$ bağıntısının fonksiyon olabilmesi için,

1) A'da acıkta eleman kalmamalıdır.

2) A kümesinin elemanı B kümesinin yalnızca bir elemanı ile eşleşmelidir.

