

## - MANTIK -

**Önerme:** Doğruluğu ya da yanlışlığı kesin olarak belli olan ifadelerdir.  
 \* Soru, emir, dilek cümleleri önerme değildir. P, q, r, s, t gibi harflerle gösterilir.

P	1	0	D $\equiv$ 1
	D	Y	Y $\equiv$ 0

**Önermenin Değeri:**  $p'$ ,  $\bar{p}$ ,  $\tilde{p}$  şeklinde gösterilir.

P	P'
1	0
0	1

$(p')' \equiv p$

**Bileşik Önerme:** İki ya da daha fazla önermenin, ve, veya, ya da, ise, ancak ve ancak bağlaçlarıyla bağlanmasıyla oluşur.

ve  $\rightarrow \wedge$       ya da  $\rightarrow \vee$       ancak ve ancak  $\rightarrow \Leftrightarrow$   
 veya  $\rightarrow \vee$       ise  $\rightarrow \Rightarrow$

\* n tane bağımsız önermenin oluşturduğu doğruluk tablosunda  $2^n$  tane satır bulunur.

**Ve Bağlacı**

P	q	$P \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$\wedge \rightarrow$  çarpma

**Veya Bağlacı**

P	q	$P \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$\vee \rightarrow$  toplama

## - ÖZELLİKLER -

**TEK Kuvvet:**  $p \equiv 1 \quad 1 \wedge 1 = 1$   
 $p \equiv 0 \quad 0 \wedge 0 = 0$   
 $p \wedge p \equiv p$   
 $p \vee p \equiv p$

**Değişme:**  $p \vee q = q \vee p$   
 $p \wedge q = q \wedge p$

**Birleşme:**  $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$   
 $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

**Doğulma:**  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$   
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

**De Morgan:**  $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$   
 $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

- Örnek:
- 1)  $0 \wedge 1 = 1$  X  $\rightarrow 0$
  - 2)  $1 \wedge 1 = 0$  ✓
  - 3)  $1 \wedge (0 \wedge 1) = 0$  ✓
  - 4)  $p \wedge 0 = p$  X
  - 5)  $p \wedge 1 = p$  ✓

Hangileri doğrudur? 2, 3 ve 5 doğrudur

Örnek:  $[(1 \vee q) \wedge 1] \vee (p \wedge 0) = ?$

$$(1 \wedge 1) \vee (p \wedge 0) = 1 \vee 0 = 1$$

Örnek:  $[(1 \vee 0) \vee (0 \wedge p)] \wedge (1 \vee q) = ?$

$$(0 \vee 0) \wedge 1 = 0 \wedge 1 = 0$$

Örnek:  $(p \wedge q) \wedge q' = ?$        $p \wedge (q \wedge q) = ?$

$$p \wedge (q \wedge q') = p \wedge 0 = 0$$

$$p \wedge (q \wedge q) = p \wedge 0 = 0$$

Örnek:  $(p \wedge q') \wedge (p \wedge q) = ?$        $p \wedge (q' \wedge q) = ?$

$$p \wedge (q' \wedge q) = 0$$

$$p \wedge (q' \wedge q) = 0$$

Örnek:  $p = 0, q \vee r = 1 \Rightarrow (p \vee q) \vee r = ?$

$$p \vee (q \vee r) = 0 \vee 1 = 1$$

$$p \vee (q \vee r) = 0 \vee 1 = 1$$

Örnek:  $(p \vee q) \wedge (p \vee q') = ?$

$$p \vee (q \wedge q') = p$$

$$0 \vee (q' \vee p') \wedge (q' \vee q) = 1$$

Örnek:  $p' \vee q = 0, (q')' \vee r = 1$  ise  $p, q, r$  nin doğruluk değerleri?

$p' = 0$        $q' \vee r = 1$   
 $p = 1$        $0 \vee r = 1$   
 $r = 1$

Örnek:  $(p' \wedge q) \vee q' = ?$

$$\equiv (p' \vee q') \wedge (q \vee q')$$

$$\equiv p' \vee q'$$

Örnek:  $(p \wedge q') \wedge r = 1$  ise  $p, q$  ve  $r$  nin doğruluk değerleri?

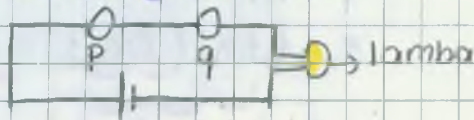
$p = 1$        $q' = 1 \Rightarrow q = 0$   
 $r = 1$

Örnek:  $p = 1, q = 0, r = 1$  ise aşağıdaki hangisi doğrudur?

- 1)  $p \wedge q = 1$  X
  - 2)  $p \wedge r = 1$  X
  - 3)  $(p \vee q) \wedge r = 1$  ✓
  - 4)  $(p \wedge r) \vee q = 0$  ✓
  - 5)  $q \wedge r = 1$  X
- $(1 \wedge 1) \vee 0 = 1$   
 $1 + 0 = 1$

## - Elektrik Devreleri -

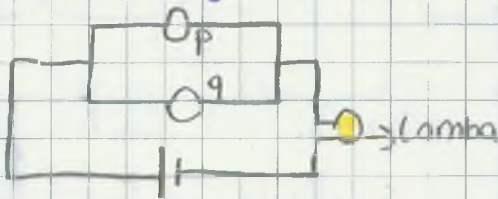
### 1- Seri Bağlı Devreler



Seri  $\Rightarrow \wedge$  (ve)

p	q	$p \wedge q$	
1	1	1	} Yanar
1	0	0	
0	1	0	} Yanmaz
0	0	0	

### 2- Paralel Bağlı Devreler

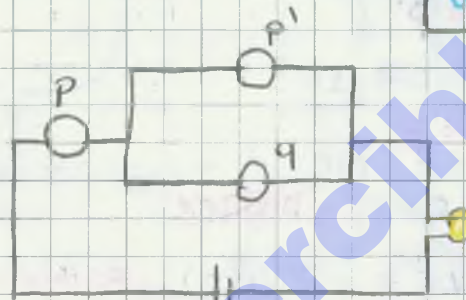


Paralel  $\Rightarrow \vee$  (veya)

p	q	$p \vee q$	
1	1	1	} Yanar
1	0	1	
0	1	1	} Yanmaz
0	0	0	

Örnek:

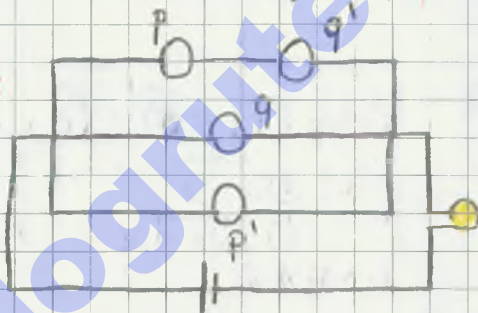
$p \wedge (p' \vee q)$



Devreye uygun bileşik önermeyi yazınız

$$p \wedge (p' \vee q)$$

Örnek:



Devreye göre lamba yanar mı?

$$\begin{aligned} & [(p \wedge q') \vee q] \vee p' \\ & \equiv [(q \vee p) \wedge (q' \vee q)] \vee p' \\ & \equiv q \vee p \vee p' \equiv 1 \rightarrow \text{yanar.} \end{aligned}$$

$$p' = 0 = p = 1$$

$$q = 0$$

$$0 \vee 1 = 1$$

$$\frac{1 \vee 1}{1}$$

$$\frac{\frac{1 \vee 1}{1} \wedge \frac{0 \vee 1}{1}}{1} = 1$$

$$(p \wedge q') \vee (q \vee p')$$

$$(p \wedge q)$$

$$(p \wedge q) \vee (q \vee p')$$

$$q \vee 1 = 1$$

$$[(p \wedge q) \vee q] \vee p'$$

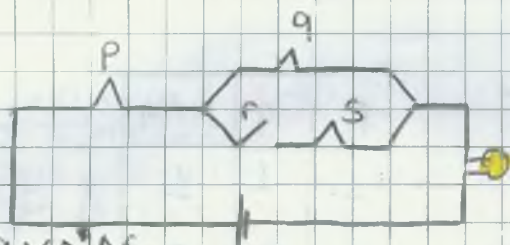
$$\frac{q \vee p \vee p'}{1}$$

$$(q \vee p) \wedge (q \vee q') \vee p'$$

$$\frac{1}{1}$$

$$p' \wedge (q' \vee r) \wedge (q' \vee s) \wedge p' \wedge ((r \wedge s) \vee q')$$

Örnek:



$$p \wedge (q \vee r) \wedge s$$

$$1 \wedge (1 \vee 0) \wedge 1$$

Örnek:  $p \wedge q' \equiv 1$ ,  $r' \vee s' \equiv 0$  olmak üzere  $p' \wedge ((r \wedge s) \vee q')$  bileşik önermesine karşılık gelen devreyi çiziniz.

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1, s \equiv 0$$

$$0 \wedge ((1 \wedge 0) \vee 1) \equiv ?$$



### ya da Bağları ( $\vee$ )

Farklıysa 1, aynıysa 0.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$p \equiv 1 \rightarrow 0$$

$$1 \vee p \equiv p'$$

$$p \equiv 0 \rightarrow 1$$

$$0 \vee p \equiv p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

Değişme

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \rightarrow \text{Birleşme}$$

Örnek:  $p \equiv 1$ ,  $p' \vee q' \equiv 1$  ise

$$((p \vee q') \wedge p') \vee q \equiv ?$$

$$((1 \vee 1) \wedge 0) \vee 0$$

$$(1 \wedge 0) \vee 0$$

$$0 \vee 0 \equiv 0$$

Örnek:  $p \wedge [p' \vee (p \wedge q)'] \equiv ?$

$$0 \vee 1$$

$$(p \wedge p) \wedge q'$$

$$\equiv p \wedge [p' \vee p' \vee q]$$

$$\equiv p \wedge p \wedge q'$$

$$\equiv p \wedge q$$

Örnek:  $(p \vee p) \wedge (q \vee q) \equiv ?$

$$0 \wedge (q \vee q) \equiv 0$$

$$p \wedge [p' \vee q]$$

$$p \wedge [p \wedge q']$$

Örnek:  $[(p \vee q) \wedge (q' \vee p)] \equiv ?$

$$q \vee p$$

$$[(q \wedge q') \vee p]$$

$$(0 \vee p) \equiv p$$

$$p$$

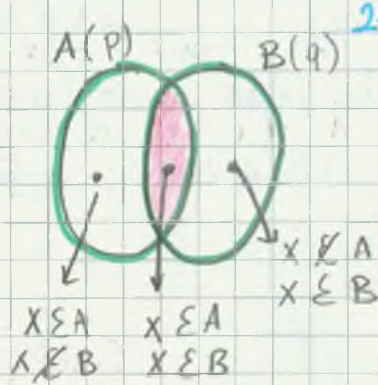
## - Kümelerle Sembolik Mantık Arasındaki İlişki -

$$\wedge \rightarrow \cap \quad 1 \rightarrow E \quad \equiv \rightarrow =$$

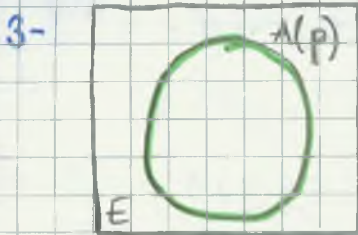
$$\vee \rightarrow \cup \quad 0 \rightarrow \emptyset$$

1-

P	q	$P \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



P	q	$P \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



P	P'	$P \vee P'$	$P \wedge P'$
1	0	1	0
0	1	1	0

$$A \cup A' = E$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

## - İse ( $\Rightarrow$ ) Bağlacı -

P	q	$P \Rightarrow q$	P'	$P' \vee q$
1	1	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

$$p \Rightarrow 1 \equiv 1$$

$$p \Rightarrow p \equiv 1$$

$$p \Rightarrow 0 \equiv p'$$

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

Birden fazla bağlacı olan bileşik önerme de " $\Rightarrow$ " nin yanında başka bağlacı varsa ( $\forall$ ) ya dönüş işlemi yapılır.

Örnek:  $p \Rightarrow q = 1$  ise bu bileşik önermeye **gerektirme** denir.

Örnek:  $(p \Rightarrow 1) \vee (q \Rightarrow 0) \equiv ?$

$$1 \vee q' \equiv 1$$

Örnek:  $(1 \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow 1) \equiv ?$

$$p \wedge 1 = p$$

$$p \wedge (p \vee q)$$

Örnek:  $(p \leftrightarrow 0) \wedge (p' \vee q) \equiv ?$

$$\begin{aligned} &= p' \wedge (p' \vee q) \\ &= p' \wedge (p \wedge q') \text{ (De Morgan)} \\ &= p' \wedge p \wedge q' \equiv 0 \end{aligned}$$

Örnek:  $p \leftrightarrow 0 \quad 1 \equiv 0$

$$p \leftrightarrow p' \equiv q \quad \left. \begin{array}{l} p=0 \\ q=0 \\ r=1 \end{array} \right\} \text{ ise } p, q, r \text{ in doğruluk değeri?}$$

$$q' \leftrightarrow 1 \equiv r$$

Örnek: Aşağıdaki ifadeleri mantık diliyle ifade ediniz.

- 1) 3 doğal sayıdır veya 3 rasyonel sayıdır.  $(\exists x \in \mathbb{N}) \vee (\exists x \in \mathbb{Q})$
- 2)  $\sqrt{2}$  rasyonel " ya da  $\sqrt{2}$  " " " "  $(\sqrt{2} \in \mathbb{Q}) \vee (\sqrt{2} \in \mathbb{Q})$
- 3) 4 doğal sayı ise 4 gerçekte sayıdır.  $(4 \in \mathbb{N}) \Rightarrow (4 \in \mathbb{R})$
- 4) Bugün Garsambadır ancak ve ancak dün saldı.  $(p \Leftrightarrow q)$

Örnek:  $(p' \wedge q) \wedge q'$

$$= p' \wedge q \wedge q' \equiv 0 \text{ (Gelişki)}$$

Örnek:  $p \vee 1 \equiv 1$   
 $p \wedge 0 \equiv 0$   
 $p \Rightarrow 1 \equiv 1$   
 $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$

(forçular)

$$(p \wedge p') \vee q$$

$$0 \vee q \equiv q \text{ (Hiç bir şey değeri)}$$

Örnek:  $(p \vee (p \Rightarrow 0))'$

$$= p' \wedge p' \equiv 1 \equiv 0 \text{ (Gelişki)}$$

! Bir önerme tautoloji ya da gelişki olmak zorunda değildir.

**-NİCELEYİCİLER-**

- $\forall \equiv$  Her
- $\exists \Rightarrow$  Bazı (En az 1)

- Örnek:  $p$ : Her  $x$  doğal sayısı için  $x$  bir tam sayıdır.  
 $q$ : En az 1  $x$  doğal sayısı için  $x^2 < x$  tir.  
 $r$ :  $\exists x \in \mathbb{N}; x^2 - 1 = 0$  dir.  
 $t$ :  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}, x \cdot y = x^2$

$p$ :  $\forall x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Z}$

$q$ :  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < x$  dir.

$r$ : Bazı  $x$  doğal sayısı için  $x^2 - 1 = 0$  dir.

$t$ : Her  $(x, y)$  reel sayısı için  $x \cdot y = x^2$  dir.

$$\begin{array}{r} 0,22 \\ 0,25 \end{array}$$

Örnek:  $\begin{matrix} 1 & 0 \\ p \Rightarrow q & \equiv 0 \end{matrix}$   $q \Rightarrow r \equiv 1$  ise  $p, q, r$  nin doğruluk değerleri?  
 $p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$

Örnek:  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q = ?$

$$\begin{aligned} (p' \vee q) \Rightarrow q &\equiv (p' \vee q) \vee q \\ &\equiv (p \wedge q') \vee q \\ &\equiv (p \vee q) \wedge (q' \vee q) \\ &\equiv p \vee q \end{aligned}$$

Örnek:  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q) = ?$

$$\begin{aligned} &\equiv (p' \vee q) \wedge (p \vee q) \\ &\equiv (p' \wedge p) \vee q \equiv \underline{q} \end{aligned}$$

Örnek:  $(p \Rightarrow q) \vee (q' \Rightarrow p') = ?$

$$\begin{aligned} &\equiv (p' \vee q) \vee (q \vee p') \\ &\equiv p' \vee q \end{aligned}$$

Örnek:  $(q' \Rightarrow p) \Rightarrow (p \vee q)' = ?$

$$\begin{aligned} &\equiv (q \vee p) \Rightarrow (p' \wedge q') \\ &\equiv (q' \wedge p') \vee (p' \wedge q) \\ &\equiv p' \wedge (q' \vee q) \equiv p' \wedge 1 \equiv \underline{p'} \end{aligned}$$

★★  $p \Rightarrow q$  koşullu önermesinin tersi:  $p' \Rightarrow q'$ , karşıtı:  $q \Rightarrow p$   
 ★ karşıt tersi:  $q' \Rightarrow p'$  dir.

Örnek:  $p' \Rightarrow q'$  önermesinin:  
 tersi,  $p \Rightarrow q$   
 karşıtı,  $q' \Rightarrow p'$   
 karşıt tersi,  $q \Rightarrow p$

- Gıft yönlü Kosullu Önerme -

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  Aynıysa 1, farklı ise 0 dir.

$(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q' \equiv p \Leftrightarrow q'$

Örnek:  $(p \Leftrightarrow 1)' \Leftrightarrow p = ?$   
 $p' \Leftrightarrow p \equiv 0$

$(\exists)' = \forall$ ,  $(\forall)' = \exists$        $(>)' = (\leq)$ ,  $(\leq)' = >$   
 $(=)' = \neq$ ,  $(<)' = \geq$        $(\geq)' = <$

**Örnek:** Aşağıdaki önermelerin "değilini" bulunuz.

1- " $\exists x \in \mathbb{R}, x \geq x^2$ "  $\Rightarrow$  " $\forall x \in \mathbb{R}, x < x^2$ "

2-  $(\forall x \in \mathbb{R}, x < 4) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0)$   
 $(\exists x \in \mathbb{R}, x > 4) \vee (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0)$

**Açık Önerme:** İçinde en az bir değişken bulunan önermelerdir. Bu değişkene verilen değerlerden bazıları için doğru, bazıları için yanlıştır, bu önerme. Doğru olmasını sağlayan değerlerden oluşan kümeye **önermenin doğruluk kümesi** denir.

**Örnek:**  $q(x) = x \in \mathbb{N}, x(x-1)(x+2) = 0$  doğruluk kümesi?

$x=0$      $x=1$      $x=-2$      $\{0, 1\}$

**Örnek:**  $p(x) = (x, y) \in \mathbb{N}^+, 3x + 2y = 12$  doğruluk kümesi?

$3x + 2y = 12$   

0	6
2	3
4	0

 $\{(2, 3)\}$

### - Tümevarım İspat Yöntemi -

1-  $n=1$  için eşitlik gösterilir.

2-  $n=k$  // eşitliğin doğru olduğunu kabul edilir.

3-  $n=k+1$  // // olup olmadığı kontrol edilir.

**Örnek:**  $p: 1+2+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$  dir.

\*  $n=1$  için,  $1 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$  ✓

\*  $n=k$  //  $1+2+\dots+k = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$  dir. **OLSUN**

\*  $n=k+1$  //  $1+2+\dots+k+(k+1) = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2}$  **İSPATLANDI**

$1+2+\dots+k+k+1 = \frac{k \cdot (k+1)}{2} + (k+1) = \frac{k \cdot (k+1) + 2 \cdot (k+1)}{2}$

$= \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2}$

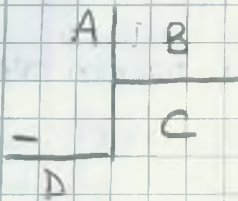


$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**NOT!!!**  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$   
 $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

**- MODÜLER ARİTMETİK -**

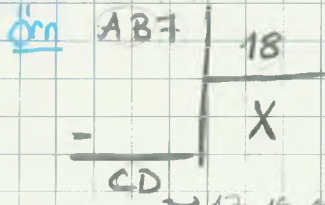
**- BÖLME -**



A: Bölen  
 B: Bölün  
 C: Bölüm  
 D: Kalan

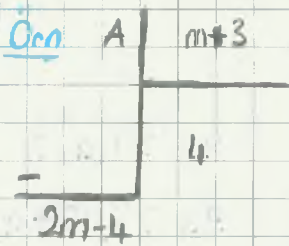
1)  $A = B \cdot C + D$

2)  $0 \leq D < B$



CD 2 bas. lar. tek sayı farklı değer alır?

$CD < 18$   $CD = 11, 13, 15, 17$   
 tek



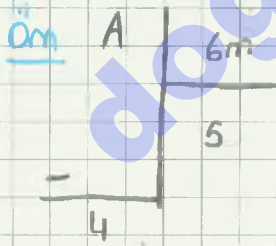
$A_{max} ? A_{min} ?$   
 $2m-4 < m+3$   
 $m > 7$

$A = 4(m+3) + 2m-4$   
 $A = 6m+8$

$A_{max} = 6 \cdot 6 + 8 = 44$

$2m-4 \geq 0$   $m \geq 2$

$A_{min} = 6 \cdot 2 + 8 = 20$

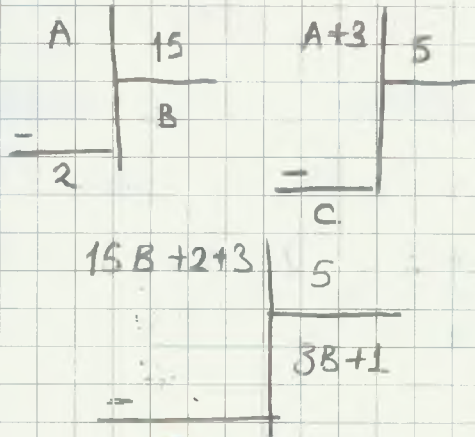


Arın 3 ile böl. den kalan?

$A = 30m+4$	3
-	
$30m+3$	
-	
$70m+1$	

①

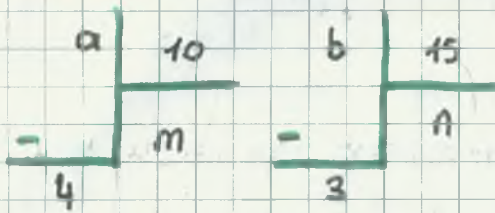
Örn A, B, C, E ∈ N  $C = ? = 0$



$A = 15B + 2$

$$10m+4 = a$$

Örnek:  $a, b \in \mathbb{N}$

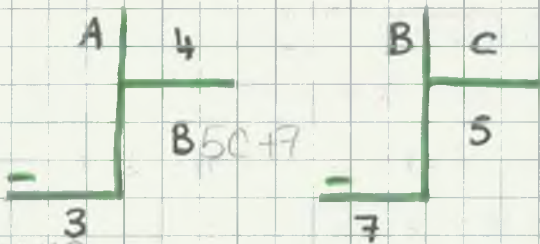


$$a = 10m + 4 \quad b = 15n + 3$$

$\Rightarrow a+b$  toplamının 5 ile bölünen kalan?

$$\begin{array}{r} a = 10m + 4 \\ b = 15n + 3 \\ \hline a + b = 10m + 15n + 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10m + 15n + 7 \\ \hline 10m + 15n + 5 \\ \hline 2 \end{array}$$

Örnek:  $A, B, C \in \mathbb{N}$

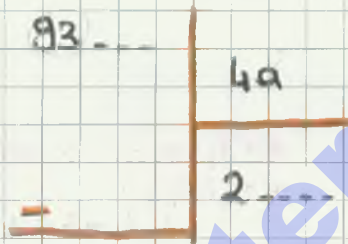


$$A = 4B + 3 \quad B = 5C + 7$$

A sayısının 10 ile bölünen kalan?

$$\begin{array}{r} A = 4B + 3 \\ B = 5C + 7 \\ \hline A = 20C + 31 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20C + 31 \\ \hline 20C + 30 \\ \hline 1 \end{array}$$

Örnek: 93



4a 2 bas ondalık sayı ise, a asagıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 **(E) 8**

$$\begin{array}{r} 93 \\ \hline 47 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 93 \times 4a \cdot 2 \\ 93 > (40 + a) \cdot 2 \\ 93 > 80 + 2a \\ 10 > 2a \\ 5 > a \end{array}$$

### - ASAL SAYI -

→ Sadece 1 e ve kendisine bölünebilen 1 den büyük sayılara denir.

→ Sadece ortak böleni 1 olan sayılara aralarında asal sayı denir.

- ★ 1 ile bölünebilen bütün sayılar
- ★ Ardışık tek sayılar
- ★ Asal sayılar, aralarında asaldır.

★ Ardışık çift sayılar aralarında asal değildir.

Örnek:  $a+1$  ve  $2b+3$  aralarında asaldır.  $\frac{a+1}{2b+3} = \frac{4}{13} \Rightarrow a, b = ?$

$$\begin{aligned} a+1 &= 4 & a &= 3 \\ 2b+3 &= 13 & b &= 5 \end{aligned} \quad \underline{3 \cdot 5 = 15}$$

$$8(2x-1) - 5(3y-5) = 33$$

Örnek:  $2x-1$  ve  $3y+5$  aralarında asaldır.  $16x - 15y = 33$  ise  $x, y = ?$

$$8(2x-1) - 5(3y+5) = 33 = 0 \quad \begin{array}{l} \frac{2x-1}{3y+5} = \frac{5}{8} \\ x=3 \\ y=1 \end{array} \quad \underline{3 \cdot 1 = 3}$$

Örnek:  $a$  ve  $b$  aralarında asaldır.  $\frac{a-2b}{2a+b} = \frac{1}{3} \Rightarrow a, b = ?$

$$3a - 6b = 2a + b \quad \begin{array}{l} a=7 \\ b=1 \end{array} \quad \underline{a=7 \quad b=1}$$

Örnek:  $3x+4$  ve  $2y-1$  aralarında asaldır.  $42(3x+4) = 60(2y-1) \Rightarrow x, y = ?$

$$\frac{2y-1}{3x+4} = \frac{7}{10} \quad \begin{array}{l} 2y-1=7 \\ 3x+4=10 \end{array} \quad \underline{2 \cdot 4 = 8}$$

### -ASAL GÜÇLER-

$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$  sayısının ;

- 1- Pozitif tam bölen sayısı =  $(x+1)(y+1)(z+1)$
- 2- Negatif " " " =  $(x+1)(y+1)(z+1)$
- 3- Tam bölen sayısı =  $2 \cdot (x+1)(y+1)(z+1)$
- 4- Asal bölen toplamı =  $(a+b+c)$
- 5- Tam bölen toplamı =  $0$
- 6- Asal olmayan tam bölen toplamı =  $0 - (a+b+c) = -(a+b+c)$
- 7- Pozitif tam bölen toplamı =  $m = \left( \frac{a^{x+1} - 1}{a-1} \right) \left( \frac{b^{y+1} - 1}{b-1} \right) \left( \frac{c^{z+1} - 1}{c-1} \right)$
- 8- Negatif " " " =  $-m$

1919  
Örnek: 1919 tam bölen top? = 0

Örnek: 360 sayısının;  $\Rightarrow 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$   
x y z  
3 2 1  
a b c

1- Asal olmayan tam bölen sayısı?

$$2(x+1)(y+1)(z+1) = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 48$$

$$48 - \text{Asal olanlar} = 48 - 3 = 45$$

Örnek:  $4^2 + 12^2 + 16^2$  sayısını tam bölen farklı asalların toplamı?

$$= 4^2(1^2 + 3^2 + 4^2) = 4^2(1 + 9 + 16) = 4^2 \cdot 26 = 2^4 \cdot 2 \cdot 13 = 2^5 \cdot 13 \Rightarrow 2 + 13 = 15$$

Örnek:  $4^3 \cdot 125^2$  kaç basamaklıdır?

$$2^6 \cdot 5^6 = 10^6 = 1000000 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 7 \text{ bas}$$

Örnek:  $(6 \cdot 10^a)^2$  14 bas. ise a=?

$$6 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 10 \cdot 2 \cdot 3 \quad \text{Bölenler } a=6$$

Örnek: 150 nin tam bölen sayısı?

$$15 \cdot 10 \Rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Örnek:  $(8 \cdot 25^2)^2$  negatif tam bölen sayısı?

$$(6) \cdot (8) = (6+1) \cdot (8+1) = 43$$

Örnek:  $6^2 \cdot 5^3 \cdot 10$  kendisi hariç kaç tam böleni vardır? :

$$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$$
$$= 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 = 120$$

Örnek: 270 in asal olmayan negatif tam bölgen sayısı?

$$3^3 \cdot 2 \cdot 5 \Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$5 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11$$

Örnek:  $15 \cdot 11^{m+1}$  negatif tam bölgen sayısı 116  $\Rightarrow m=?$

$$5 \cdot 3 \cdot 2^{m+1} \cdot 7^{m+1} = 2 \cdot 2 \cdot (m+2)^2 = 116$$
$$= (m+2)^2 = 36 \quad m=4$$

Örnek:  $36 \cdot 9^{x-1}$  kendisi hariç tam sayı bölgen sayısı = 113 ise  $x=?$

$$2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^{2x-2} = 2 \cdot 3^{2x} = 2 \cdot 3 \cdot (2x+1) = 116$$
$$= 12x = 108 \quad x=9$$

Örnek:  $220 \cdot 16^n$  asal olmayan tam bölgen sayısı = 181 ise  $n=?$

$$2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^{4n} = 2^{4n+2} \cdot 11 \cdot 5 = 2 \cdot (4n+3) \cdot 22 = 3 = 181$$

$$8 \cdot 10^n$$

Örnek:  $800 \cdot 10^n$  doğal sayı bölgeni varsa  $n=?$

$$2^3 \cdot 10^n = 2^3 \cdot 2^n \cdot 5^n = 2^{n+3} \cdot 5^n = (n+4) \cdot (n+1) = 28$$
$$\Rightarrow n=3$$

Örnek: 180 sayısının:  $3^2 \cdot 2^2 \cdot 5$  poz veya neg. değit.

a) Tek bölgen sayısı =  $3 \cdot 5 = 3 \cdot 2 = 12$

b) Pozitif çift bölgen bölgen sayısı

$$2(2^1 \cdot 3^2 \cdot 5) = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$



16g  
36  
20

7 < x - 19.22 96 15/6/3/1 19.29  
10 < x < 19

Örnek:  $x, y, z \in \mathbb{N}$  ol.üz.  $26! = 2^x \cdot 5^y \cdot z$  ise  $x+y = ?$  (max)

$26 \begin{array}{l}   2 \\   13   2 \\   6   2 \\   3   2 \\   1 \end{array}$ <p><math>x_{max} = 23</math></p>	$26 \begin{array}{l}   5 \\   5   5 \\   1 \end{array}$ <p><math>y_{max} = 6</math></p>	<p><math>23 + 6 = 29</math></p> <p>14 15 16 17 18</p>
---	---	---

Örnek:  $x, y \in \mathbb{N}$ .  $15! = 4^x \cdot y \rightarrow y$  nin en küçük değeri için  $x = ?$

$15! = 2^{2x} \cdot y$

$15 \begin{array}{l}   2 \\   7   2 \\   3   2 \\   1 \end{array}$ <p>(11)</p>	<p><math>2x = 11</math> <math>x = 5</math> olabilir.</p>
--	--

Örnek:  $x, y \in \mathbb{N}$   $53! = 15^x \cdot y$  ise  $x$  in alabileceği değerler top? miktarı az olara bakacağız.

$53! = 3^x \cdot 5^x \cdot y$

$53 \begin{array}{l}   5 \\   10   5 \\   12 \end{array}$	$1 + 2 + \dots + 12 = \frac{12 \cdot 13}{2}$
---	--

Örnek:  $x, y \in \mathbb{N}$  ol.üz.  $47! = 6^x \cdot y$  ve  $y$  9'un katı oldu göre  $x$  kaç farklı değer alır?

$47! = 2^x \cdot 3^x \cdot y$

$47 \begin{array}{l}   2 \\   23   2 \\   15   2 \\   7   2 \\   3   2 \\   1 \end{array}$	$47 \begin{array}{l}   3 \\   15   3 \\   5   3 \\   1 \end{array}$	<p><math>21 - 2 = 19</math></p>
--	---	---------------------------------

Örnek:  $58! = 12^x \cdot y$ .  $x_{max} = ?$

$58! = 2^{2x} \cdot 3^x \cdot y$

$58 \begin{array}{l}   2 \\   29   2 \\   14   2 \\   7   2 \\   3   2 \\   1 \end{array}$ <p><math>x = 27</math> <math>2x = 54</math></p>	$58 \begin{array}{l}   3 \\   19   3 \\   6   3 \\   2 \end{array}$
--	---

Örnek:  $\frac{18!}{4^x}$  çift sayı ise  $x$  kaç doğal sayı değeri alır?

$18! = 4^x \cdot A$   
 $18! = 2^{2x} \cdot A$

$18 \begin{array}{l}   2 \\   9   2 \\   4   2 \\   2   2 \\   1 \end{array}$ <p>16 tane 2</p>	<p><math>16 - 1 = 15 = 2x</math> <math>\max x = 7</math></p>	<p>8 tane</p> <p><math>x = \{0, 1, 2, 3, \dots, 7\}</math></p>
--	--	--

Örnek:  $32!$  sayısının sondan kaç bas. sıfırdır?

$$32! = A \cdot 10^n \rightarrow 2^a \cdot 5^b$$

$$32 \begin{array}{r} 5 \\ \hline 6 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

7

Örnek:  $24! + 23!$  sayısının sondan kaç bas. 0 dir?  $23! \begin{array}{r} 5 \\ \hline 4 \end{array}$

$$23! (24+1) = 23! \cdot 25$$

$$23! (24+1)$$

$$5^4 \cdot 5^2 = 5^6$$

$$23 \begin{array}{r} 5 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$5^4 \cdot 5^2 = 5^6$$

$$5^4 \cdot 5^2 = 5^6$$

Örnek:  $65! - 12!$  sayısının sondan kaç bas. sıfırdır?

$$12 \begin{array}{r} 5 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$13000$$

$$= \frac{120}{880}$$

1 tane küçük sayıdaki sıfır kadar.

Örnek:  $125! - 1$  sayısının sondan kaç bas. 9 dir?

$$125 \begin{array}{r} 5 \\ \hline 25 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ \hline 5 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

31

Örnek:  $125! - 2$  sayısının sondan kaç bas. 8 dir?

$$13000$$

$$= \frac{2}{998}$$

1

Örnek:  $(15!)^2 \cdot (25)^3$  sayısının sondan kaç bas. sıfırdır?

$$15 \begin{array}{r} 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{12}{5^5}$$



"0" bir rakamdır.

$m, n \in \mathbb{Z}^+$

$2 \cdot 3 \cdot m = n^3 \quad n \neq 6$

Örnek:  $72 \cdot m = n^3 \Rightarrow m+n=?$  (min)

$2^3 \cdot 3^2 \cdot m = n^3$   
 $m=3 \quad n=6 \quad 6+3=9$

Örnek:  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $12(a-b) = (b-1)^4 \Rightarrow a+b=?$  (min)

$a=6 \quad b=1$   
 $7$

Örnek:  $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $28 \cdot a = (3b-1)^2 \Rightarrow a+b=? - 12$

$2^2 \cdot 7 \cdot a = (3b-1)^2$   
 $14 = 3b-1 \quad b=5$

**- BÖLÜNEBİLME KURALLARI -**

7 ile bölünebilme:  $\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 3 & 4 \\ A & B & C & D & E & F \end{matrix} \Rightarrow (2D+3E+F) - (2A+3B+C) = 7k$

8 ile bölünebilme: Son üç basamak 8 ile bölünecek. 0 yada



11 " " :  $\begin{matrix} + & + & + \\ A & B & C & D & E \end{matrix} \Rightarrow (A+C+E) - (B+D) = 11k$

12 " " : 4 ve 3 ile bölünen

30 " " : 10 ve 3 " "

Örnek: 1a8b sayısının 4 ile böl. den kalan 2  $\Rightarrow$  b kaç değer alır?

$\begin{array}{r|l} 1a8b & 4 \\ \hline & x \\ \hline & 2 \end{array}$

80, 84, 88  
 $\begin{array}{r} 80 \\ +2 \\ \hline 82 \end{array}$      $\begin{array}{r} 84 \\ -4 \\ \hline 80 \end{array}$      $\begin{array}{r} 88 \\ -8 \\ \hline 80 \end{array}$

Örnek: a sayısının 4 ile böl. den kalan 3  $\Rightarrow$  aşağı hangisi 4 ile tam bölünür?

$\begin{array}{r|l} a & 4 \\ \hline & x \\ \hline & 3 \end{array}$      $4x+3=a$     A) a+3    B) a+2    C) a+1 ✓  
 D) a-1    E) a-2

0, ... gibi bir sayı olsun  
 $a=3$  ya da en küçük değer

Örnek:  $21ab$  sayısı 11 ile böl. den kalan 2  $\Rightarrow$  ve  $a$  tek  $\Rightarrow$   $b$  kaç değer alır?

$21(1b)$        $21(3b)$        $21(5b)$        $21(7b)$        $21(9b)$   
 $\downarrow$   
 $11 \quad 15 \quad 19$   
 3 değer alır.

Örnek:  $471a$   $b$  ile tam böl. göre  $a$  değerleri?

Rakam top  $\leftarrow 4710$  ✓       $4718$   
 $4712$   
 $4714$   
 Rakam top.  $\leftarrow 4716$  ✓      2 ile böl.

Örnek:  $11ab$  9 ile tam böl. göre  $a-b=5 \Rightarrow a=?$

$5+a+b = 9k$        $a+b=4$        $a+b=13$  }  $a=9$   
 $a-b=5$        $a-b=5$   
 $\frac{13}{4}$   
 $\frac{4}{29}$  olmaz iki rakamın top. en fazla 18 olur

Örnek: Rakamların farkı  $5a8b$  9 ve 4 ile tam böl. göre  $a-b=?$

$5a80$        $5a84$        $5a88$   
 $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $5$        $1$        $5$   
 $\rightarrow 4-1=4$

Örnek:  $33a5$  sayısının 11 ile böl. den kalan 1, 3 ile böl. den kalan 2  $\Rightarrow$   $a$  kaç değer alır?

$3325$        $3345$        $3365$        $3385$        $3305$   
 $\downarrow$   
 Fak. top 3 katının 2 fazlası

Örnek:  $(8463)^2 \cdot (3017)^3$  sayısının 10 ile böl. den kalan?

10 ile böl. den kalan 3

$3^2 \cdot 7^3 = 3 \cdot 7 \cdot 19$   
 $3 \cdot 9 = 27$

$3^2 \cdot 7^3$   
 $9 \cdot 7 = 63$   
 $3 \cdot 9 = 27$

Örnek: 21307 sayısının 2 ile bölünen kalan  $a$ , 3 ile bölünen kalan  $b$ , 5 ile bölünen kalan  $c$  ise  $\Rightarrow a+b+c = ?$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 15} \\ \underline{14} \\ 1 \end{array}$$

$(2)$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 2} \\ \underline{0} \\ 2 \end{array}$$

$(1)$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ \underline{0} \\ 3 \end{array}$$

$(1)$

Örnek:  $a$  sayısının 5 ile bölünen kalan  $4$  ise  $a^3 + 4a$  sayısının 5 ile bölünen kalan?

$a = 4$  olsun

$$4^3 + 4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 + (4 \cdot 4)$$

$$= 4 + 4 = 8$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 8} \\ \underline{5} \\ 3 \end{array}$$

$(3)$

Örnek:  $A$  sayısının 7 ile bölünen kalan  $5$ ,  $B$  sayısının 7 ile bölünen kalan  $4 \Rightarrow A^3 + B^2$  sayısının 7 ile bölünen kalan?

$5 \cdot 5 \cdot 5 + 4 \cdot 4$

$(A=5 \quad B=4)$

$$b = 2 = 5$$

Örnek: 17a8b sayısı 5 ve 11 ile tam böl. göre  $a = ?$  (min)

$$\begin{array}{r} + - + - + \\ 17a80 \\ + - + - + \\ 17a85 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1+a) - 15 = 11k \\ a - 14 = 11k \\ a = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b+a - 15 = 11k \\ a - 9 = 11k \\ a = 9 \end{array}$$

Örnek: Dört bas. ablic sayısı 45 ile tam böl. göre  $a+b+c = ?$  (max)

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & 5 & 5 \end{array}$$

$$9 + 5 + 9 = 23$$

Örnek: Dört bas.  $1a2b$  sayısı 6 ile böl. den kalan 5 ise  $a+b=?$  (max)

$1a2b \rightarrow 3 \rightarrow 2$   
 $1a2b \rightarrow 2 \rightarrow 1$   
 $3k+2$

$5 \overline{) 3}$	$1 \overline{) 21}$	$1 \overline{) 23}$	$1 \overline{) 25}$	$1 \overline{) 27}$	$1 \overline{) 29}$
$\underline{3}$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$2$	1, 6, 9	2, 5, 8	0, 3, 6, 9	1, 4, 7	2, 5, 8
$\underline{5 \overline{) 2}}$					
$\underline{4}$					
$1$					

Örnek: Rakamları farklı  $2a3b$  sayısının 15 ile böl. den kalan 3 ise  $a=?$

$2a3b \rightarrow 3 \rightarrow 0$   
 $2a3b \rightarrow 5 \rightarrow 3$   
 $2a38 \rightarrow 13+a=8k$   
 $1, 5, 8$

Örnek:  $2a4b \overline{) 30}$   $a+b=?$

$2a4b \rightarrow 3 \rightarrow 1$   
 $2a4b \rightarrow 10 \rightarrow 9$   
 $11+a=3k \rightarrow 1, 4, 7$   
 $2a49$   
 $15+a=3k+1$

Örnek: Bes bas  $aa11b$   $3b$  ile böl. kalan 12 ise  $a$  kaç değer alır?

$aa11b \rightarrow 4 \rightarrow 0$	$aa11b \rightarrow 0$	$aa114$	$aa118$
$aa11b \rightarrow 9 \rightarrow 3$	$5+2a=9k+3$	$9+2a=9k+3$	$13+2a=9k+3$
	$2+2a=9k$	$6+2a=9k$	$10+2a=9k$
	$a=8$	$a=6$	$a=4$

Örnek:  $(15! + 4!)$  sayısının 10 ile böl. den kalan?

$15! \rightarrow 5 \text{ ve } 2 \rightarrow 0+14=14$   
 $26 \overline{) 10}$   
 $\underline{20}$   
 $4$

Örnek:  $(23! - 3)$  sayısının 5 ile böl. den kalan?

$0 - 3 = -3 + 5 = 2$

Örnek:  $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 11!$  sayısının 12 ile bölünen kalan?  $\rightarrow 0$  (çünkü 12 bulunuyor)

$6 + 2 + 1 = 9$

Örnek:  $0! + 2! + 4! + 5! + \dots + 11!$  sayısının 15 ile bölünen kalan?

$24 + 2 + 1 = 27$  | 15  
 15 | 1  
 ---  
 12

- **OKLİD ALGORİTMASI** - ortak asal buluyoruz sonra kuvveti en büyüğü alıyoruz.

Örnek:  $\text{OBEB}(1140, 108) = ?$

Örnek:  $\text{OBEB}(575, 46) = ?$

$$1140 = 114 \cdot 10 = 12^2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$= (2^2 \cdot 3)^2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$= 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$108 = 9 \cdot 12 = 3^2 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$= 3^3 \cdot 2^2$$

$$575 = 5 \cdot 115 = 5^2 \cdot 23$$

$$46 = 2 \cdot 23$$

Örnek:  $38x + 95y = \text{OBEB}(38, 95)$  eşitliğini sağlayan  $(x, y)$  ikililerinden biri aşağı hangisidir?

- A)  $(3, -7)$  B)  $(-1, 1)$  C)  $(8, 3)$  **D)  $(3, -1)$**  E)  $(11, 27)$

$$38 = 19 \cdot 2$$

$$38x + 95y = 19$$

$$95 = 5 \cdot 19$$

$$2x + 5y = 1$$

Örnek:  $14x + 21y = \text{OBEB}(14, 21)$  eşitliğini aşağı hangisi sağlamaz?

- A)  $(-1, 1)$  **B)  $(2, -2)$**  C)  $(-4, 3)$  D)  $(8, -5)$  E)  $(5, -3)$

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$2x + 3y = 1$$

$$5 \quad -3$$

$$2 \quad -1$$

$$\rightarrow 613$$

$$2 \cdot 5$$

$$2 \cdot 5$$